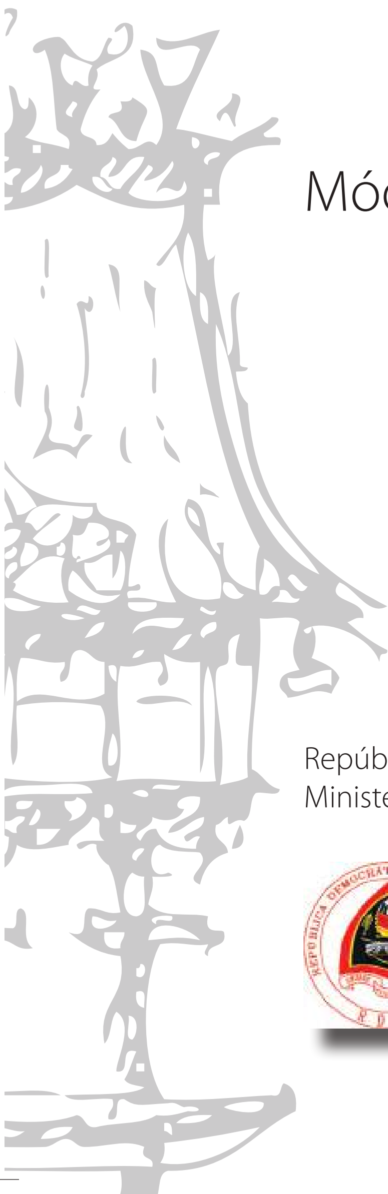
MANUAL DO ALUNO

DISCIPLINA MECÂNICA GERAL



Módulo 2

República Democrática de Timor-Leste
Ministério da Educação

FICHA TÉCNICA

TÍTULO
MANUAL DO ALUNO - DISCIPLINA DE MECÂNICA GERAL
Módulo 2

AUTOR
NUNO BOAVIDA

COLABORAÇÃO DAS EQUIPAS TÉCNICAS TIMORENSES DA DISCIPLINA
XXXXXXX

COLABORAÇÃO TÉCNICA NA REVISÃO

PEDRO VIEGAS, COORDENADOR DO CURSO TÉCNICO DE MECÂNICA

DESIGN E PAGINAÇÃO
UNDESIGN - JOAO PAULO VILHENA
EVOLUA.PT

IMPRESSÃO E ACABAMENTO
XXXXXX

ISBN
XXX - XXX - X - XXXXX - X

TIRAGEM
XXXXXXX EXEMPLARES

COORDENAÇÃO GERAL DO PROJETO
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO DE TIMOR-LESTE
2014

Índice

Mecânica Aplicada

Módulo 2

APRESENTAÇÃO MODULAR

APRESENTAÇÃO

No módulo de Mecânica Aplicada pretende-se que os alunos tenham conhecimentos dos três ramos da física mais importantes para a mecânica: estática, cinemática e dinâmica.

OBJETIVOS DA APRENDIZAGEM

Identificar a natureza do movimento, origem, causas e efeitos das forças, assim como efetuar *cálculos relacionados com a transmissão de movimento.*

ÂMBITO DOS CONTEÚDOS

- Estática
    - Forças. Composição e decomposição
    - Plano inclinado
    - Momentos. Binários
    - Centro de gravidade
    - Equilíbrio de corpos
    - Máquinas simples
- Cinemática
    - Movimento retilíneo
    - Composição do movimento
    - Movimento circular uniforme
    - Transformação do movimento circular em retilíneo e vice-versa
- Dinâmica
    - Noções fundamentais
    - Trabalho. Potência. Energia
    - Estudo do movimento circular uniforme
    - Resistência ao atrito

ESTÁTICA

FORÇAS

Por aplicação de esforços musculares todos nós sabemos que podemos alterar a forma de uma mola, pôr em movimento uma bicicleta ou modificar esse movimento conforme o esforço que vamos exercendo nos pedais.

Da aplicação desses esforços advém a noção de força. As forças revelam-se-nos quer pelos efeitos estáticos (deformação da mola), quer pelos efeitos dinâmicos (alteração do estado de repouso ou de movimento da bicicleta).

Tendo presentes os efeitos produzidos chama-se **força** a toda a causa capaz de alterar o estado de repouso ou de movimento de um corpo ou de lhe modificar a forma.

Elementos Característicos de uma Força e sua Representação

Embora as forças sejam invisíveis é necessário saber caracterizar cada uma delas. Para isso vamos estudar a maneira de as representar por meio dos seus elementos característicos, que nos permitirão distinguir uma força de todas as outras.

Suponhamos, então que desejávamos deslocar um corpo pousado na mesa da sala de aula, esquematicamente representada na figura 1, puxando-o por meio de um fio preso ao ponto A.

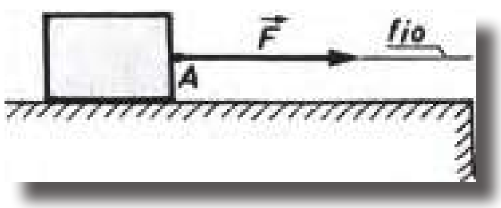


figura 1 - Representação esquemática da força F.

A força F assim aplicada está representada na figura por um segmento de reta com uma seta na extremidade, isto é, um vetor e caracteriza -se pelos seguintes elementos:

- **Ponto de aplicação**: é o ponto do corpo onde a força atua, neste caso o ponto A.
- **Linha de ação**: é a reta segundo a qual a força atua e está representada na figura pelo fio esticado. A linha de ação da força dá-nos a sua direção.

- **Sentido**: é o sentido segundo o qual se desloca o ponto de aplicação e é definido pela direção da seta, da esquerda para a direita, no exemplo apresentado.
- **Intensidade**: depende do maior ou do menor esforço aplicado ao fio e definida, numa certa escala, pelo comprimento do vetor.

Unidade

Porém, as forças aplicadas ao ponto A podem ter intensidades ou grandezas variáveis. É necessário definir a unidade que será tomada como termo de comparação, quando as quisermos medir.

No Sistema Internacional a unidade utilizada para medir as intensidades das forças chama-se newton (símbolo: N). O **newton** define-se como sendo a intensidade de uma força constante que, aplicada a um corpo com a massa de um quilograma, lhe imprime a aceleração de um metro por segundo quadrado.

Assim, supondo desprezáveis os atritos, se a um corpo com a massa de 1 quilograma, colocado sobre a mesa da sala de aula, lhe aplicássemos uma força com intensidade de 1 newton, ele entraria em movimento uniformemente acelerado com a aceleração de um metro por segundo quadrado.

Usa-se ainda uma outra unidade, chamada quilograma-força (abreviatura kgf). É a intensidade de uma força que aplicada a um corpo com a massa de um quilograma, lhe comunica uma aceleração de 9,80665 m/s^2. Na figura 2 indicou-se para a aceleração apenas 9,8 m/s^2 pois esta aproximação já é suficiente para a resolução dos problemas técnicos.

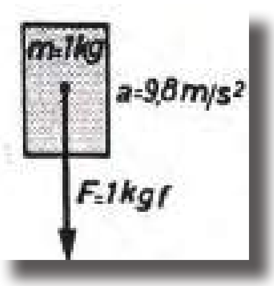


Figura 2 - Definição de quilograma-força.

Comparando os valores das acelerações conseguidas nos dois casos das figuras 1 e 2, podemos relacionar as duas unidades e dizer que:

1 kgf = 9,8 N

Classificação das Forças

Diz-se que uma força é **constante** quando todos os seus elementos característicos (ponto de aplicação, direção, sentido e intensidade) não se alteram durante o período de tempo em que a força atua.

Porém, se algum destes elementos se alterar, a força será **variável**.

As forças podem ainda classificar-se tendo em atenção a posição relativa das suas linhas de ação e o seu sentido. Desta forma, temos:

- **Forças com a mesma linha de ação**: F1 e F2;
- **Forças paralelas**: Quando as suas linhas de ação são paralelas (F1, F3 e F4);
- **Forças concorrentes**: Quando as suas linhas de ação se cruzam (F5 e F6);

As forças com a mesma linha de ação ou paralelas podem ainda ter o **mesmo sentido** como, por exemplo, F1 e F2 ou F1 e F3. Podem também ser de **sentidos contrários** como, por exemplo, F4 e F3.

Duas forças serão iguais ou diretamente opostas quando tiverem a mesma linha de ação, igual intensidade mas sentidos contrários.

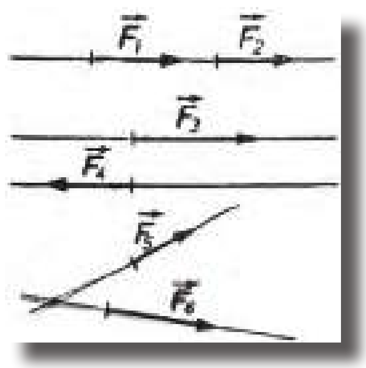


Figura 3 - Classificação de forças.

Resultante de Forças

Se aplicarmos várias forças a um corpo, estas formam aquilo a que chamamos um **sistema**. A cada uma delas chama-se **componente** do sistema.

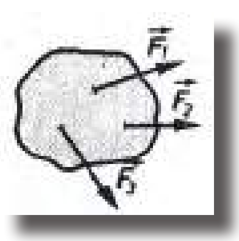


Figura 4 - Sistema de forças.

Chama-se **resultante do sistema de forças** à força que, só por si, é capaz de produzir os mesmos efeitos que o conjunto das componentes.

Ao problema da determinação da resultante de um sistemas dá-se também o nome de **composição de forças**.

Equilíbrio de Forças

Diz-se que duas ou mais forças estão em **equilíbrio** quando aplicadas a um corpo não modificam o seu estado de repouso ou movimento ou não alteram a sua forma.

Para melhor compreensão das condições em que duas forças se equilibram, imaginemos que a uma régua colocada sobre a mesa da sala de e com a mesma linha de ação. Esta ficaria imóvel, isto é, em equilíbrio.

Dum modo geral, podemos dizer que, quando aplicarmos duas forças F1 e F2 a um corpo, este ficará em equilíbrio desde que as forças sejam iguais e diretamente opostas (Figura 5).

Por outras palavras: duas forças iguais e diretamente opostas equilibram-se .

O mesmo corpo ficaria também em equilíbrio se a força F1 tivesse sido aplicada num outro ponto qualquer, C por exemplo, da sua linha de ação (Figura 5).

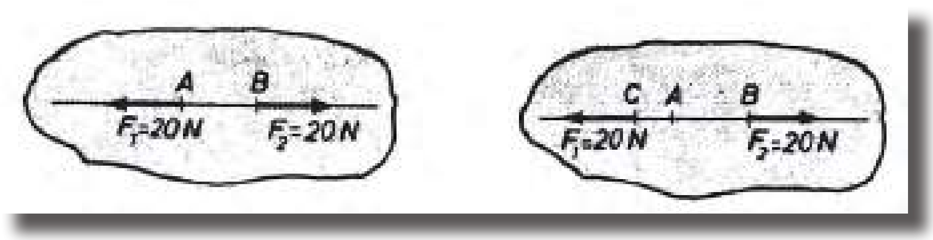


Figura 5 - Equilíbrio de forças; Deslocamento de F1 de A para C não altera os efeitos produzidos pela força.

Isto mostra-nos que podemos deslocar uma força ao longo da sua linha de ação que os efeitos por ela produzidos não se alteram.

Se aplicarmos ao corpo um sistema de duas ou mais forças, ele pode não ficar em equilíbrio. Se esse sistema tiver uma resultante, esta substituirá nos seus efeitos o conjunto das componentes e, portanto, para equilibrar o sistema bastará equilibrar a resultante. A equilibrante do sistema será, por isso, uma força igual e diretamente oposta à resultante.

DETERMINAÇÃO DA RESULTANTE

Muitas vezes torna-se necessário determinar a resultante de um sistema de duas ou mais forças. Vamos aprender a fazer essa determinação, limitando o nosso estudo a sistemas de forças complanares.

SISTEMA DE FORÇAS COM A MESMA LINHA DE AÇÃO

Vamos considerar os dois casos diferentes em que as componentes têm o mesmo sentido ou sentidos contrários.

Forças com o Mesmo Sentido

Um corpo pousado na mesa d a sala de aula é deslocado por meio de um sistema de duas forças, F1 e F2, com o mesmo sentido e linha de ação e cujos pontos de aplicação A e B estão sobre um fio a ele ligado. Se desejássemos substituir o sistema por uma única força, isto é, a sua resultante, esta deveria ter o mesmo sentido e linha de ação das componentes e uma intensidade igual à soma das intensidades de F1 e F2, portanto, igual a 60 N (Figura 6).

Figura 6 - Forças com o mesmo sentido.

A determinação gráfica da resultante das duas forcas pode fazer-se facilmente. Para isso começamos por fixar qual a escala em que devem ser desenhados os vetores correspondente às componentes F1 e F2.

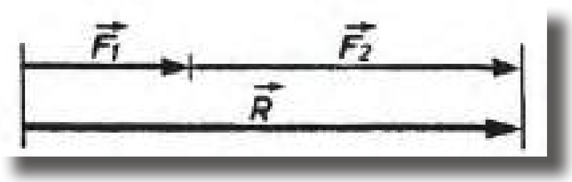


Figura 7 - Determinação da resultante.

Essa escala deve ser escolhida de modo a obterem-se resultados com precisão suficiente. Para este caso vamos considerar que 1 mm corresponde a 1 N. Assim, F1 será representado por um vetor com 20 mm de comprimento e o vetor correspondente a F2 terá 40 mm.

Começa-se a determinação gráfica da resultante pela representação do vetor F1 e, a partir da sua extremidade, marca-se F2. A resultante será então um vetor com início na origem de F1 cuja extremidade coincide com o fim da última força, neste caso F2.

A intensidade da resultante calcula-se utilizando a mesma escala com que foram representadas as forças. Como o vetor R mede 60 mm, intensidade da resultante será, na escala adotada, 60 N.

Se o sistema fosse constituído por mais de duas forças, utilizava-se o mesmo processo para a determinação da resultante. Para qualquer sistema, a resultante de forças com a mesma linha de ação e o mesmo sentido será uma força cuja intensidade é igual à soma das intensidades das componentes e com o mesmo sentido e linha de ação.

Forças com Sentido Contrário

Suponhamos agora que ao corpo tínhamos aplicado duas forças com sentidos contrários embora com a mesma linha de ação.

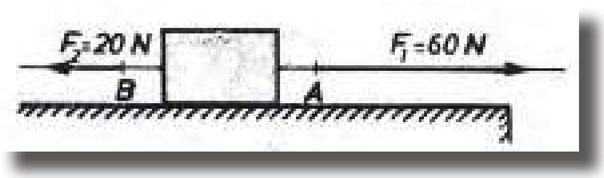


Figura 8 - Forças com sentidos contrários.

Suponhamos agora que ao corpo tínhamos aplicado duas forças com sentidos contrários e a mesma linha de ação. Podemos imaginar que F1 é a resultante de duas forças com o mesmo sentido e intensidades de 20 e 40 N. Se assim fosse, a componente com 20 N equilibraria F2 e tudo se passava como se o corpo se deslocasse devido unicamente à ação da força de 40 N. Isto leva-nos a concluir que o sistema constituído pelas forças F1 e F 2 pode ser substituído por uma única força, a sua resultante, com a mesma linha de ação, com o sentido da força maior e cuja intensidade é igual à diferença das intensidades das duas forças.

A determinação gráfica faz-se de forma idêntica ao capítulo anterior e pode ser representada pela figura 9.

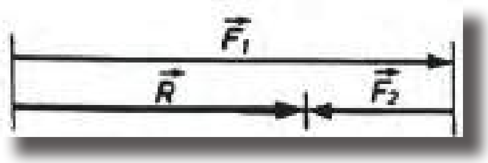


Figura 9 - Determinação da resultante.

Assim, começaremos por representar a força F1 e, a partir da sua extremidade, marcaremos em seguida F2. A resultante corresponderá a um vetor com início na origem de F1 e cuja cuja extremidade coincide com o fim de F2. Medida à escala, a resultante tem uma intensidade de 40 N.

SISTEMA DE FORÇAS CONCORRENTES

Comecemos pelo caso mais simples de um sistema de duas forças, F1 e F2, aplicadas ao mesmo ponto A de um corpo (Figura 10).

Para a determinação gráfica da sua resultante R utiliza-se o método do paralelogramo de forças. A construção do paralelogramo é muito fácil pois basta tirar pela extremidade de F1 uma paralela à linha de ação de F2 e, pela extremidades desta, a paralela à linha de ação de F1. As duas paralelas cruzam-se no ponto P que é a extremidade da resultante cujo princípio é o ponto A. Para determinarmos a sua grandeza é necessário medir com a mesma escala em que foram representadas as forças, a diagonal da figura 10.

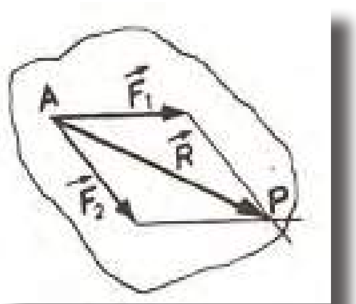


Figura 10 - Determinação da resultante de duas forças com o mesmo ponto de aplicação.

A resultante dá-nos a direção segundo a qual o corpo se deslocaria com movimento de translação no sentido indicado pela seta.

Se, porém, desejássemos que o corpo ficasse em equilíbrio, era necessário aplicar ao corpo uma terceira força, que seria a equilibrante do sistema constituído por F1 e F2, e portanto uma força diretamente oposta a R.

A grandeza da resultante pode também ser calculada analiticamente desde que, além das intensidades das componentes seja ainda conhecido o ângulo a que as suas linhas de ação formam (Figura 11). É um Simples problema de trigonometria. O valor de R é-nos dado pela expressão seguinte:

$$R^2 = F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 \times F_1 \times F_2 \times \cos \alpha$$

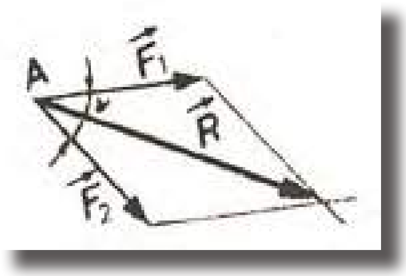


Figura 11 - Determinação analítica da resultante.

Vamos agora supor que as componentes F1 e F2 estão aplicadas aos pontos B e C, respetivamente, sendo as suas linhas de ação concorrentes num ponto A (Figura 12). Para determinar graficamente a resultante, começamos por transportar cada uma das forças ao longo da sua linha de ação de modo que os seus pontos de aplicação venham a coincidir com A. As forças transportadas foram representadas por (F1) e (F2).

Agora podemos facilmente construir o paralelogramo traçando as paralelas pelas extremidades de (F1) e (F2). Essas paralelas cruzam-se no ponto P. O vetor que nos dá a resultante, terá o seu início no ponto A e a extremidade em P. A sua grandeza mede-se na escala inicialmente adotada para a representação de F1 e F2, que foi também para esta figura 1 mm 1 N. (Com base nesta escala marcar a lápis, na figura, o valor das componentes e da resultante. Qual será o valor da resultante em kg?).

A determinação analítica da grandeza da resultante faz-se como foi indicado para o caso anterior.

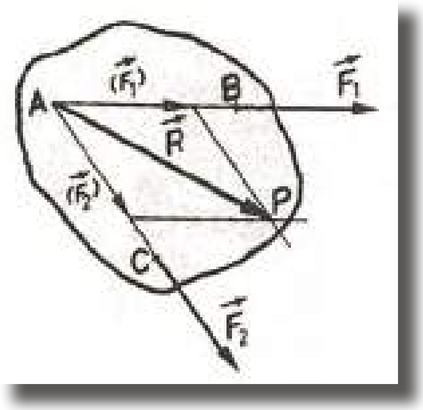


Figura 12 - Determinação da resultante de duas forças concorrentes que não têm o mesmo ponto de aplicação.

SISTEMAS DE TRÊS OU MAIS FORÇAS COMPLANARES COM O MESMO PONTO DE APLICAÇÃO

Método do Paralelogramo de Forças

Temos na figura 13 três forças, F1, F2 e F3, complanares e aplicadas ao ponto A. A determinação gráfica da resultante pode ser feita por meio do paralelogramo de forças.

Começando pelas forças Fl e F2 traçam-se as paralelas pelas suas extremidades que se cruzam no ponto B, que nos dá a extremidade da resultante destas duas forças e se encontra desenhada na figura por $R_{1.2}$.

Como $R_{1.2}$ substitui nos seus efeitos as componentes F1 e F2, para se achar a resultante do sistema basta traçar um novo paralelogramo cujos lados serão $R_{1.2}$ e F_2. As paralelas tiradas pelas suas extremidades definem pelo seu cruzamento C a extremidade da resultante do sistema, indicada na figura 13 por R.

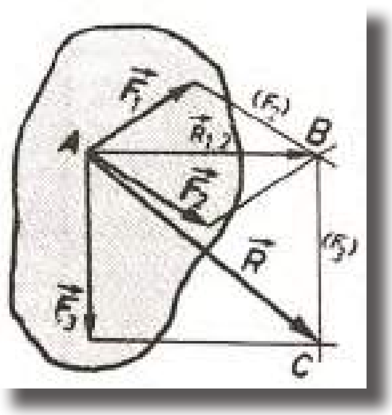


Figura 13 - Determinação da relutante de um sistema de três forças concorrentes.

MÉTODO DO POLÍGONO DE FORÇAS

Observando a figura 13 concluiremos que, para determinar a resultante do sistema, é necessário construir dois paralelogramos de forças, o que obriga a traçar 4 paralelas. Haverá processo mais simples? Se raciocinarmos um pouco sobre a figura, chegamos à conclusão de que a resultante do sistema fica determinada desde que conheçamos o ponto C.

É precisamente nesta ideia que se baseia o chamado método do polígono de forças. A determinação da resultante faz-se do modo representado na figura 14. Traça-se pelas extremidades de F1 um vetor equipolente de F2; pelo ponto B assim obtido traçamos a equipolente de F3, cuja extremidade nos dá o ponto C. O segmento AC dá-nos R, isto é, a resultante do sistema.

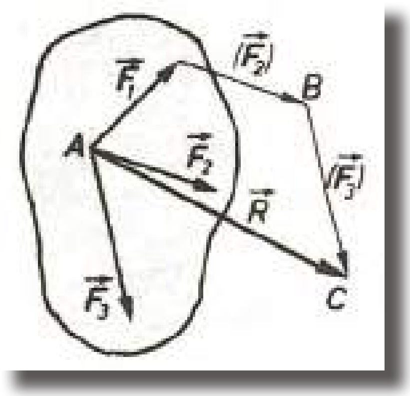


Figura 14 - Determinação da resultante pelo método do polígono de forças.

Chama-se a atenção para o facto de as equipotentes de F2 e F9 estarem representadas na figura por (F2) e (F3).

O polígono de forças tem o seu início no ponto A e termina no ponto C sendo formado pelos lados F1 (F2) e (F3). Se considerarmos os vetores equipotentes de F2 e F3 a determinação da resultante corresponde a uma soma dos vetores R = F1 + F2 + F3. Na figura 14 chegaríamos também ao ponto C se, seguindo este método e partindo da extremidade de F3, tirássemos primeiro a equipolente de F2 e depois a de F1. Para verificação e exercício, fazer a lápis, na figura, a construção do polígono de forças por esta ordem.

SISTEMAS DE FORÇAS COM PONTOS DE APLICAÇÃO NÃO COINCIDENTES

Método do Polígono Funicular

Se as forças não têm o mesmo ponto de aplicação ou as suas linhas de ação se cruzam fora dos limites do desenho, a determinação da sua resultante pelos dois métodos estudados pode ser muito trabalhosa. Há, porém, outra maneira muito curiosa de resolver o problema. É o chamado método do polígono funicular, cuja construção se baseia no facto de três forças estarem em equilíbrio quando o seu polígono de forças é um triângulo (Figura 15).

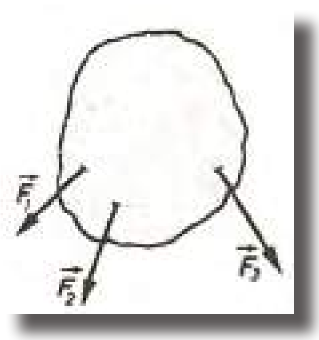


Figura 15 - Sistema de três forças com pontos de aplicação não coincidentes.

Apliquemos, então, o método do polígono funicular ao sistema das três forças novamente representado, com escala diferente (Figura 15).

Para melhor compreensão, vamos dividir a aplicação deste método em 3 partes:

1. **Determinação da grandeza, sentido e direção da resultante**

Para esta determinação constrói-se ao lado do sistema um polígono de forças representado na figura pelos lados (F1), (F2) e (F3). Unindo a origem de (F1) com a extremidade de (F3) obtemos o vetor (R) equipolente da resultante. Porém, o problema ainda não está resolvido pois é necessário conhecer, no sistema, qual a sua linha de ação.

2. **Determinação, no sistema, da linha de ação da resultante**

É esta a parte mais curiosa do método e procede-se da seguinte maneira:

Marca-se ao lado do polígono de forças um ponto qualquer O, a que vamos chamar pólo e une-se esse ponto com o início e a extremidade de cada uma das forças do polígono.

As linhas assim obtidas, chamadas raios polares, estão indicados na figura por 1, 2, 3 e 4.

Para determinar no sistema um ponto da linha de ação da resultante, traça-se por um ponto qualquer da força F1 uma paralela ao raio polar 1; em seguida e pelo mesmo ponto uma paralela ao raio polar 2 até encontrar F2; depois, por este ponto de encontro, uma paralela ao raio polar 3 até encontrar Fz e, finalmente, pelo ponto de encontro nesta paralela com F3 uma paralela ao raio polar 4. O prolongamento dos lados extremos (1) e (4) dá-nos, pelo seu cruzamento, o ponto P da linha de ação da resultante. A linha de ação obtém-se agora traçando por esse ponto P uma paralela à resultante (R) do polígono de forças.

Nota: Às vezes, por falta de prática, há uma certa dificuldade no traçado das paralelas. Atenua-se essa dificuldade pela verificação na figura de que a três linhas formando um triângulo no polígono correspondem três paralelas que se cruzam, no sistema, no mesmo ponto. Assim, (F1), 1 e 2 formam um triângulo; também, no sistema, as três paralelas correspondentes F1 (1) e (2) se cruzam no mesmo ponto.

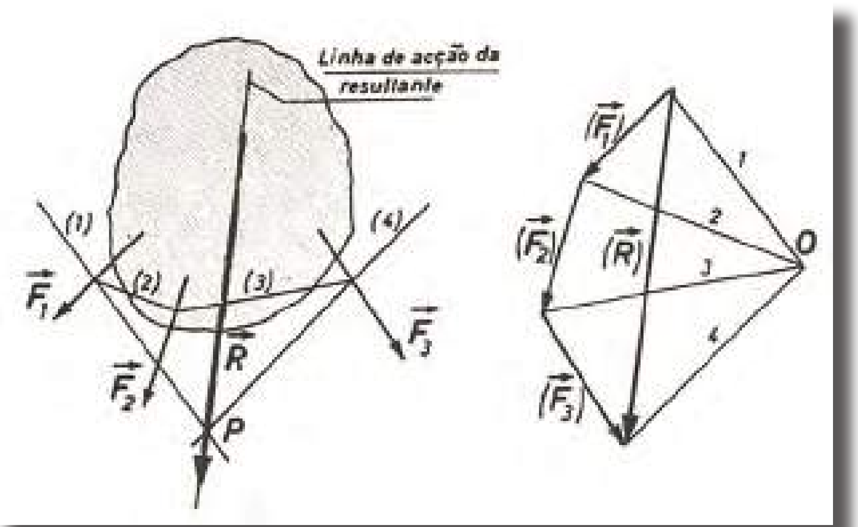


Figura 16 - Determinação da resultante pelo método do polígono funicular.

3. Marcação da resultante no sistema de forças

Como já conhecemos a grandeza, sentido e linha de ação da resultante e sua marcação no sistema é agora muito fácil, pois, basta ir ao polígono de forças medir a sua grandeza e marcar, na linha de ação, um segmento igual, a partir de qualquer ponto. A resultante está indicada no sistema por R.

Deste modo se determinava a resultante do sistema com auxilio do polígono funicular, sendo este constituído pela linha poligonal cujos lados são (1), (2), (3) e (4).

Podemos ter uma imagem física do polígono funicular supondo que as três forças foram aplicadas a um fio flexível, fixo nas extremidades. O fio tomaria uma posição com a forma de linha poligonal semelhante à da figura.

Chamamos a atenção para o facto de que qualquer ponto da linha de ação de F1 serve para início do traçado do polígono funicular não sendo necessário que os lados do funicular se cruzem sobre os vetores representativos das forças. Muitas vezes ao traçar uma paralela poderá acontecer que esta não corte o vetor representativo da força. Resolve-se esta dificuldade prolongando a linha de ação dessa força de modo a obter-se o ponto de cruzamento com essa paralela.

Para exemplificação, vejamos o seguinte problema:

1. Calcular a intensidade da resultante das duas forças representadas na figura 17.

Figura 17 - Determinação analítica da resultante.

Dados:

F1 = 25 N

F2 = 20 N

$\alpha = 60º$

cos α *= 0,5*

$R^2 = F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 \times F_1 \times F_2 \times \cos\alpha$

$R^2 = 25^2 + 20^2 + 2 \times 25 \times 20 \times 0{,}5$

$R = 39\ N$

FORÇAS PARALELAS

A determinação das resultantes de sistemas de forças paralelas vai ser estudada apenas graficamente e pelo método do polígono funicular. (Deixamos para mais tarde a sua determinação analítica quando já for do nosso conhecimento a noção do momento de uma força em relação a um ponto).

Forças com o Mesmo Sentido

Comecemos pelo caso mais simples de duas forças. Como caso concreto, imaginemos que à régua da sala, apresentada na figura 18 pelo segmento A B, dois alunos aplicaram, nas suas extremidades, duas forças F1 e F2, verticais, de cima para baixo, com a intensidade de 20 N. Se o professor quiser equilibrar essas forças deverá aplicar a meio da régua uma força vertical, de baixo para cima, com a intensidade de 40 N. Esta força será a equilibrante do sistema. Como a equilibrante e a resultante têm a mesma linha de ação também a resultante ficará situada a meio da régua A B.

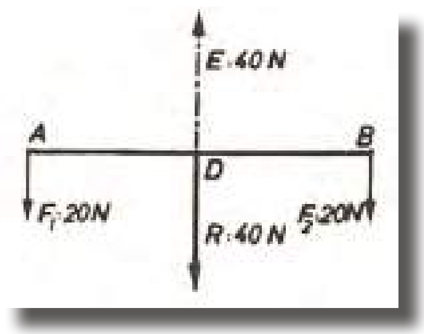


Figura 18 - Resultante de duas forças com a mesma intensidade e sentido.

Se, porém, o aluno, colocado na extremidade B, começar a exercer uma força maior, o equilíbrio deixa de existir. Para o restabelecer, o professor terá que deslocar o ponto de aplicação da equilibrante para a direita.

Nestas condições para determinar graficamente a resultante, começamos por construir o polígono de forças, marcando em seguida o ponto O que servirá de pólo para traçar os raios polares 1, 2 e 3 (Figura 19). Procedendo em seguida como já foi explicado, fácil é determinar o ponto da linha de ação da resultante e marcá-la no sistema.

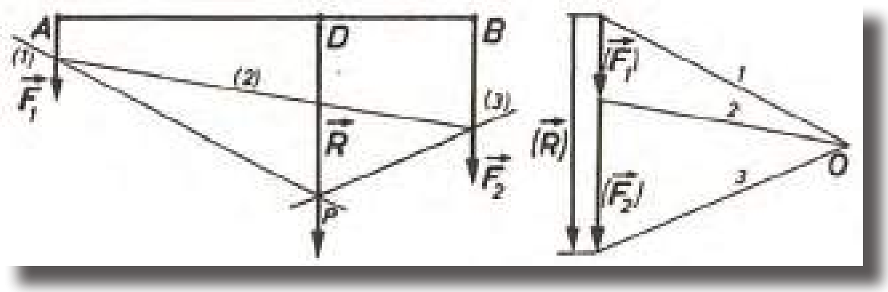


Figura 19 - Determinação da resultante de duas forças com o mesmo sentido.

Para a resolução deste problema foram adotadas as seguintes escalas:

Comprimentos 1 mm ≅ 2 cm

Intensidade dás forças 1 mm ≅ 1 N

Aplicando essas escalas à figura chegaríamos aos seguintes valores:

F1 = 11 N; F2 = 20 N; R = 31 N.

Comprimento da régua = 1,10 cm

Distância de A ao ponto de aplicação da resultante = 70 cm.

Deste modo ficávamos com o problema completamente resolvido, pois, além de sabermos o valor da resultante, conhecemos também em que ponto da régua está o seu ponto de aplicação.

Deste e de outros exemplos concluiríamos que a resultante de um sistema de duas forças paralelas, com o mesmo sentido, é uma força cuja linha de ação é paralela à das componentes, com o mesmo sentido, sendo a sua intensidade igual à soma das intensidades das componentes.

Se o sistema fosse constituído por mais de duas forças a determinação gráfica da resultante era feita pelo processo indicado.

Forças com Sentidos Contrários

Suponhamos agora que à mesma régua da sala de aula foram aplicadas nos pontos C e B duas forças paralelas com sentidos contrários, conforme está indicado na figura 137, sendo F1 = 27 N e F2 = 11 N.

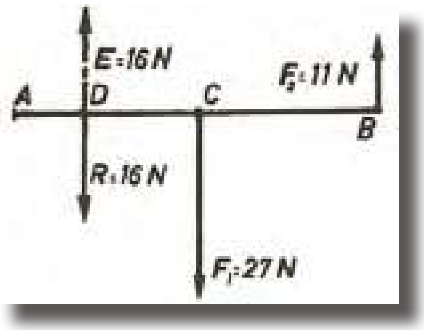


Figura 20 - Resultante de duas forças com sentidos contrários.

Se o professor quiser equilibrar essas forças terá que exercer próximo de A uma força vertical, de baixo para cima, com a intensidade de 16 N. Admitamos que essa equilibrante E do sistema das duas forças está aplicada no ponto D. Do mesmo modo a linha de ação da resultante passara em D sendo o seu sentido de cima para baixo e a sua intensidade igual à da equilibrante, isto é, 16 N.

Como vemos a única dificuldade consiste na determinação exata da posição do ponto D onde passa a linha de ação da resultante.

No entanto podemos vencer essa dificuldade aplicando ao sistema formado pelas forças F1 e F2 o método do polígono funicular e, com o seu auxílio, localizar essa posição. Vejamos então, na figura 21, como proceder. Como já sabemos traça-se, ao lado do sistema, o polígono de forças começando pela força (F1). Depois pela extremidade desta, marca-se (F2). Na realidade as linhas de ação de (F1) e (F2) sobrepõem-se; no entanto, preferiu-se representar (F2) um pouco ao lado para melhor compreensão da figura. Acha-se a resultante unindo o início de (F1) com o fim de (F2).

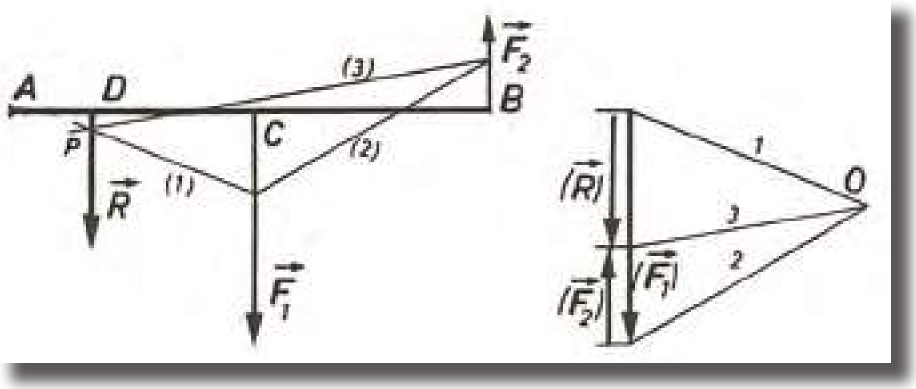


Figura 21 - Determinação da resultante de duas forças com sentidos contrários.

Marcado o pólo O, traçam-se os raios polares. Quando as forças não têm o mesmo sentido, é preciso ser cauteloso na numeração dos raios polares. Depois procede-se como já sabemos para determinar a resultante. Na figura 21 adotaram-se as seguintes escalas:

Comprimentos: 1 mm ≅ 2 cm

intensidade das forças 1 mm ≅ 1 N

Pela aplicação dessas escalas teríamos os seguintes valores :

F1 = 11 N; F2 = 27 N; R = 16 N

Comprimento da régua = 110 cm

Distância BD = 93 cm

A resolução de problemas semelhantes levar-nos-ia à seguinte conclusão: A resultante de um sistema de forças paralelas com sentidos contrários tem o sentido da força maior, uma intensidade igual à diferença das intensidades das componentes e a sua linha de ação é exterior ao sistema ficando situada do lado da força maior.

Se ao corpo tivesse sido aplicado um sistema de 3 ou mais forças não tendo todas o mesmo sentido, o problema da determinação gráfica da resultante resolvia-se de modo idêntico ao indicado na figura 21.

DECOMPOSIÇÃO DE FORÇAS

Já sabemos calcular a resultante dum sistema. Vamos agora tratar o problema inverso, isto é, dada uma força determinar duas outras com linhas de ação concorrentes ou paralelas de tal maneira que a força conhecida venha a ser a resultante do sistema pelas duas constituído. Na resolução destes problemas adotaremos para a força conhecida a letra R porque ela é a resultante das forças que pretendemos determinar e, ainda, para uma melhor compreensão do processo usado por comparação com os problemas semelhantes de composição de forças.

Direções Concorrentes

Para melhor concretização, imaginemos o caso de um motor elétrico suspenso em dois cabos A B e A C e que desejamos saber qual o esforço que o seu peso transmite a cada um deles (Figura 22). É, portanto, um problema de decomposição do peso do motor segundo as direções definidas pelos cabos A B e AC.

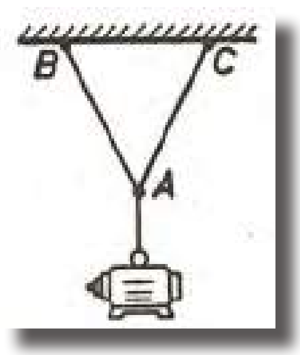


Figura 22 - Motor elétrico.

Para resolver graficamente este problema adota-se uma maneira semelhante à representada na figura 23, que serviu para calcular a resultante de um sistema de duas forças concorrentes com o mesmo ponto de aplicação.

A determinação gráfica das forças F1 e F2 em que se decompõe o peso do motor, representado na figura 2 por R, faz-se com muita facilidade traçando pela extremidade de R uma paralela à direção A B que vai cruzar-se com a direção A C no ponto L, que é a extremidade da força F1. Para determinar F2 traça-se pela extremidade de R a paralela à outra direção, AC. O ponto M assim obtido é a extremidade de F2.

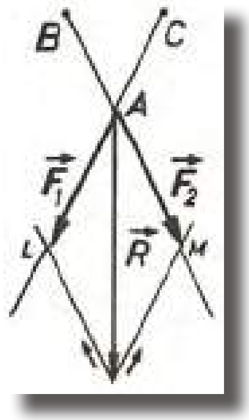


Figura 23 - Decomposição de R segundo as direções CA e BA.

No conjunto, esta resolução gráfica resume-se ao traçado de um paralelogramo de forças de que se conhecem a diagonal e as direções dos lados.

Supondo que a escala adotada foi 1 mm ≅ 4 N. calcular o peso do motor e as tensões a que estão submetidos os cabos.

Equilíbrio No Plano Inclinado

Como já sabemos o plano inclinado é um dispositivo utilizado na elevação de corpos bastantes pesados pois permite essa elevação por aplicação de forças inferiores ao peso do corpo. Conforme está representado na figura 24, o plano inclinado é definido pelo seu comprimento e, altura h e base b. Estas dimensões dão-nos o ângulo de inclinação a cujo valor pode ser calculado pelas seguintes expressões:

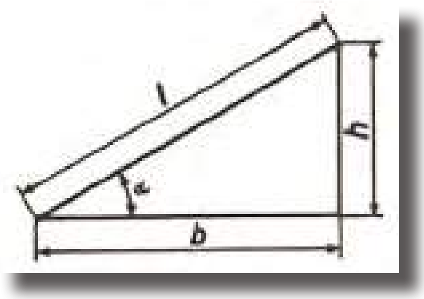


Figura 24 - Plano inclinado.

$$sen\ \alpha = h / l\ (1)$$

$$cos\ \alpha = b / l\ (2)$$

$$tg\ \alpha = h / b\ (3)$$

Como a determinação da força que equilibra um corpo colocado num plano inclinado tem como base a decomposição do seu peso segundo duas direções, já estamos em condições de poder calcular essa equilibrante.

Vamos limitar este estudo aos casos da equilibrante ser paralela ao plano e paralela à base:

a. Equilibrante paralela ao plano

Vejamos então na figura 4 como determinar graficamente a força paralela ao plano, capaz de equilibrar o corpo, cujo peso se supõe aplicado no ponto A, seu centro de gravidade, como mais adiante estudaremos.

Para isso vamos decompor o peso do corpo segundo duas direções: uma paralela e a outra perpendicular ao plano. Assim, tirando pela extremidade de R as paralelas às direções já indicadas obtemos a componente F paralela ao plano, e N que lhe é perpendicular ou normal.

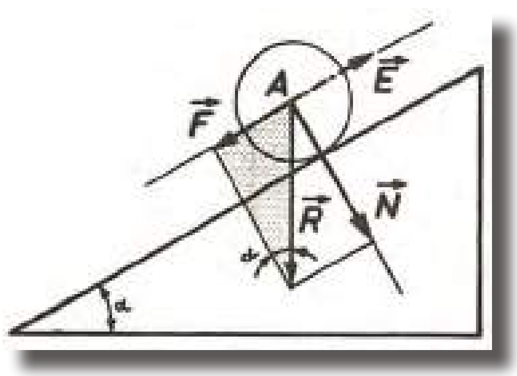


Figura 25 - Equilibrante paralela ao plano.

A força F tende a fazer deslocar o corpo ao longo do plano inclinado e, portanto, para impedir esse deslocamento é necessário equilibrá-la, o que se consegue aplicando ao corpo uma força E igual e diretamente oposta a F. Está assim calculada graficamente a equilibrante paralela ao plano. A componente N tende a "apertar" o corpo contra o plano inclinado.

Vamos agora calcular analiticamente a grandeza da equilibrante. Como o peso R é perpendicular à base e a paralela a N perpendicular ao plano inclinado, o ângulo por eles formado é igual a a, ângulo de inclinação.

Assim, do triângulo retângulo em que um cateto é F e cuja hipotenusa é R, virá:

$$F = R \times sen\ \alpha$$

Como F = E teremos,

$$\boldsymbol{E = R \times sen}\ \alpha$$

ou pela expressão (1),

$$E = R \times (h / l)$$

$$\boldsymbol{N = R \times cos}\ \alpha$$

ou tendo em conta a expressão (2),

$$N = R \times (b / l)$$

b. Equilibrante paralela à base

Para determinar a equilibrante paralela à base decompõe-se R segundo duas direções: uma paralela à base e a outra normal ao plano inclinado. Essa decomposição está representada na figura 26.

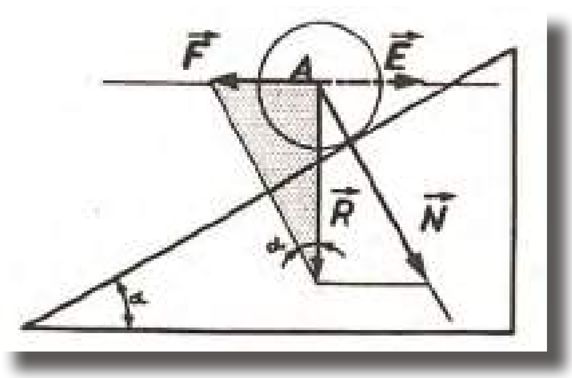


Figura 26 - Equilibrante.

A equilibrante E será igual e diretamente oposta a F. A sua intensidade pode ser determinada analiticamente atendendo ao triangulo retângulo com os catetos F e R.

$$F = R \times tg\ \alpha$$

Como F = E, temos:

$$\boldsymbol{E = R \times tg}\ \alpha$$

ou, pela expressão (3), virá:

$$E = R \times h / b$$

que nos permite calcular a equilibrante se não conhecermos o ângulo da inclinação do plano. A componente normal terá o seguinte valor:

$$N = F \times sen\ \alpha$$

Como sen α = h / l, virá

$$N = F \times h / l$$

Direções Paralelas

Forças com o Mesmo Sentido

Imaginemos agora que o mesmo motor elétrico vai ser transportado por dois operários com o auxílio da barra A B (Figura 27).

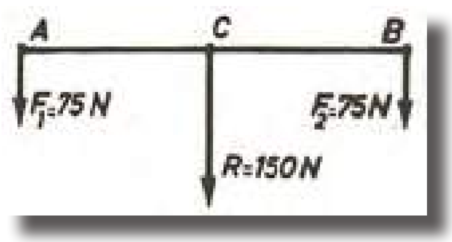


Figura 27 - Decomposição em forças paralelas.

Estado o motor suspenso a meio da barra, ponto C, o seu peso distribuir-se-á igualmente pelos dois operários, isto é, podemos considerá-lo decomposto em duas forças paralelas de igual intensidade F1 e F2, aplicadas nas extremidades da barra.

Supondo que se pode desprezar o peso da barra A B e que o motor pesa 150 N cada um dos operários suportará 75 N.

Se, porém, o motor não estiver suspenso a meio da barra já isto não acontece ficando mais sobrecarregado o operário que se encontrar mais próximo do motor, isto é, do ponto D, figura 28. Vejamos então, graficamente, como se distribuirá o seu peso.

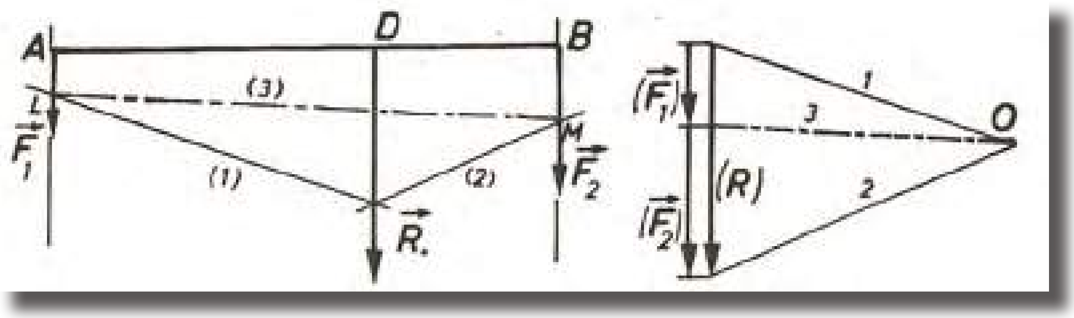


Figura 28 - Decomposição de uma força em duas forças com o mesmo sentido.

Como as linhas de ação das forças são paralelas teremos que utilizar o método do polígono funicular. Para isso traça-se ao lado da barra a força R, equipolente do peso do motor. Marcando o polo O teremos os raios polares 1 e 2. Feito isto e por um ponto qualquer de R traçam-se as paralelas (1) e (2) a esses raios polares. As paralelas (1) e (2) vão cortar as linhas de ação das forças F1 e F2 respetivamente nos pontos L e M, que unidos pela linha de traço misto, nos dão a direção (3).

Voltando agora ao polígono de forças determina-se (F1) e (F2) tirando pelo pólo O a paralela 3 à direção definida pelos pontos L e M.
Esta paralela divide a resultante em duas partes. Qual delas será (F1)?
Esta dúvida desaparece facilmente se nos lembrarmos que (F1), 1 e 3 terão que formar um triângulo, visto as paralelas (1) e (3) e a linha de ação da componente F1 se cruzarem no mesmo ponto. F2 corresponderá à outra.

Forças com Sentidos Contrários

Se por espírito de valentia, falta de esperteza ou por simples experiência o motor tivesse sido suspenso na extremidade A da barra (Figura 29), os esforços realizados pelos operários, que supomos colocados nos pontos H e B, distribuir-se-iam de modo muito diferente do caso anterior. Assim, para se conseguir o equilíbrio, um deles, situado no ponto H, tem que lazer força debaixo para cima e o outro, colocado na extremidade B, de cima para baixo.   Isto é, cada um deles terá que equilibrar as forças F1 e F2 em que se decompõe o peso do motor.

A determinação gráfica destas forças faz-se também pelo método do polígono funicular seguindo processo análogo ao do fig. 145. Do mesmo modo, as paralelas (1) e (2) cortam as linhas de ação de F1 e F2 nos pontos L e M que nos definem a direção (3). Tirando pelo pólo a paralela 3 a esta direção ela vai encontrar a linha de ação de (R) num ponto l que lhe é exterior. Este ponto dá-nos as grandezas de (F1) e (F2). Para marcar o sentido de (F1) deve-se ter presente que ela começa no início de R e termina no ponto acima indicado. (F2) terá sentido contrário pois começa nesse mesmo ponto e termina na extremidade de (R). Esta força tem que ser a resultante de Marcando as forças (F1) e (F2) basta transportá-las para as direções que passam por H e B para termos, respetivamente, F1 e F2, com o que fica o problema resolvido.

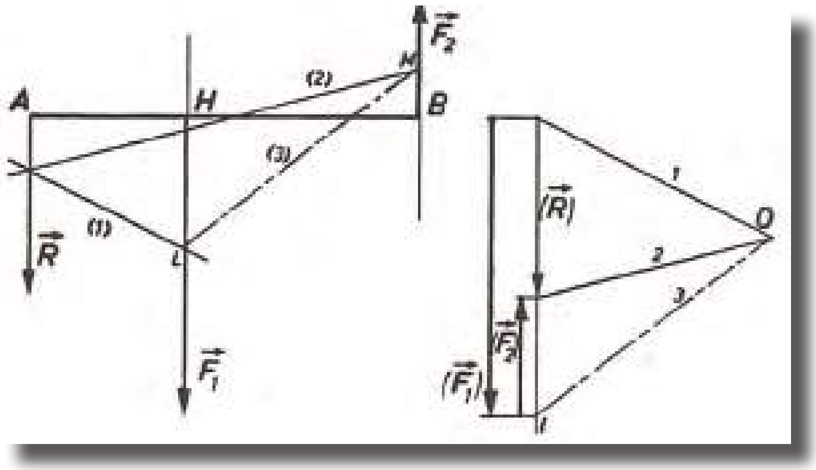


Figura 29 - Forças com sentidos contrários.

MOMENTO DE UMA FORÇA

Na figura 30 está representada uma barra A C, apoiada no ponto O, em cujas extremidades foram aplicadas duas forças com 30 e 40 N de intensidade. Nestas condições a barra roda em torno do ponto O no sentido correspondente ao da força menor. Este exemplo mostra-nos que o resultado obtido pela aplicação das duas forças não depende apenas da sua intensidade.

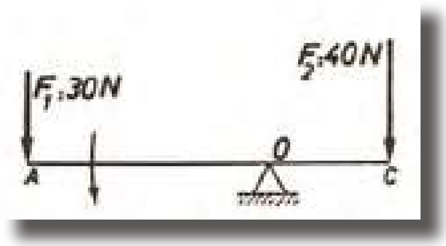


Figura 30 - Forças aplicadas a uma barra.

Há que ter também em consideração as distâncias das suas linhas de ação ao ponto onde a barra está apoiada. Por esse motivo e para se determinarem as condições em que há equilíbrio é necessário saber calcular o momento de uma força em relação a um ponto. Por definição, chama-se **momento** (símbolo M) de uma força F em relação a um ponto O ao produto que se obtém multiplicando a distância (d) do ponto à linha de ação da força pela sua intensidade (F):

$$Mo\ (F) = d \times F$$

No Sistema Internacional, a unidade de momento é o metro x newton (m.N).

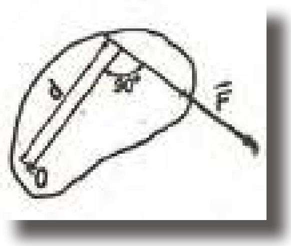


Figura 31 - Momento de F em relação ao ponto O.

Quanto ao sinal dos momentos, uma força com a mesma intensidade de F (Figura 2), de sentido oposto e com a mesma linha de ação criaria um momento com a mesma grandeza mas que tenderia a fazer rodar o corpo em sentido contrário.

Para se poder caracterizar um momento é por isso necessário conhecer não só a sua grandeza como ainda atribuir-lhe um sinal positivo ou negativo.

Neste manual adotaremos como positivos (+) os momentos criados pelas forças que tendem a fazer rodar o corpo no sentido do movimento dos ponteiros do relógio, como acontece na figura 31. No caso contrário os momentos serão negativos (-).

MOMENTO DE UM BINÁRIO DE FORÇAS

Dá-se o nome de binário de forças aos sistemas de duas forças com a mesma intensidade, linhas de ação paralelas mas de sentidos contrários (Figura 32).

Embora um binário tenha resultante igual a zero, da sua aplicação a um corpo resulta um movimento de rotação. O momento de um binário (símbolo τ) calcula-se multiplicando a distância (d) entre as linhas de ação das forças pela intensidade de qualquer delas :

T (F1;F2) = d x F1

A unidade de momento de um binário é também o metro x newton (m.N). Considera-se positivo (+) o momento de um binário que tende a fazer rodar o corpo no sentido do movimento dos ponteiros do relógio (Figura 32).

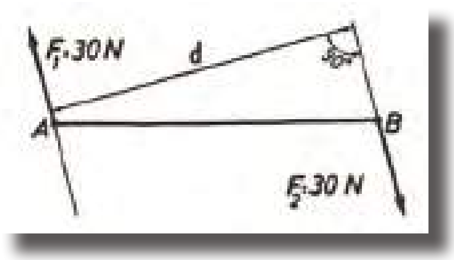


Figura 32 - Binário aplicado à barra AB cria um momento positivo.

MOMENTO DE UMA FORÇA EM RELAÇÃO A UM EIXO

São muitos os casos de corpos que rodam em torno de um eixo. Como exemplos correntes podem-se citar os seguintes:

- uma porta que roda em torno de eixo vertical (Figura 33);
- veios de máquinas em que há montados tambores, rodas dentadas, volantes, etc.;
- roldanas, alavancas, etc.

Para estudar a maneira de se calcular o momento de uma força em relação a um eixo vamos recorrer à figura 33.

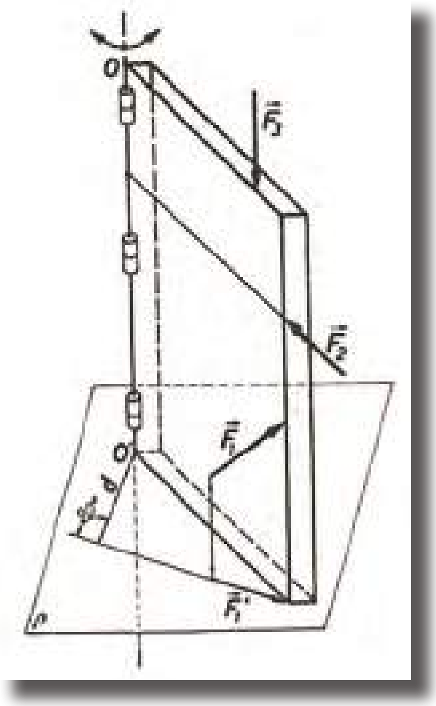


Figura 33 - Momento de uma força em relação a um eixo.

O momento de F1 em relação ao eixo 00' determina-se achando a projeção de F1 sobre um plano β, perpendicular ao eixo, que passa por O'. Depois tudo se resume a calcular o momento de projeção, F'_1 em relação a O', o que já sabemos fazer. Deste modo será :

$$M_{OO}'(F1) = M_O'(F'_1) = d \times F'_1$$

Sendo a o ângulo que F1 faz com o plano horizontal, será $F'_1 = F_1 \times \cos \alpha$ e o momento pode calcular-se pela expressão seguinte:

$$M_{OO'}(F_1) = d \times F_1 \times \cos \alpha$$

Nos casos mais vulgares as forças são perpendiculares aos eixos e, portanto, α = 0º. Como cos 0º = 1 será, nestes casos,

$$M_{OO'}(F_1) = d \times F_1$$

O momento será nulo nos dois casos exemplificados na figura 4, que são :

1. Quando a linha de ação da força passa pelo eixo pois, neste caso, d = 0, exemplo F2;

2. Se a linha de ação for paralela ao eixo, o que corresponde a F3, cuja projeção se reduz a um ponto; a seria igual a 90° e como cos 90° = 0 também o momento seria igual a zero.

Os casos de momento nulo correspondem às forças que não fazem rodar a porta, o que acontece tanto com F2 como com F3.

TEORIA DOS MOMENTOS

Vamos agora estudar por meio de exemplos simples, quo servirão também como exercício de cálculo de momentos, a relação existente entre o momento da resultante e a soma algébrica dos momentos das componentes.

Suponhamos, então, que à barra OB (Figura 34) estão aplicadas duas forças F1 e F2 com o mesmo sentido e grandeza de 75 N.

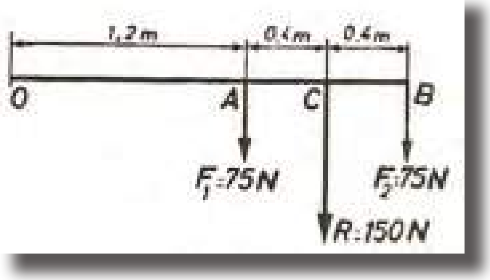


Figura 34 - Cálculo de momentos.

Já sabemos que pelo facto de as duas forças terem a mesma intensidade, a sua resultante terá o ponto de aplicação C, a meio da distância A B e 150 N de intensidade. Calculemos agora o momento da resultante e de cada uma das forças em relação a um ponto qualquer do seu plano, por exemplo, o ponto O. Teremos:

$$M_O\,(R) = (1{,}2 + 0{,}4) \times 150 = 240 \text{ m.N}$$

$$M_O\,(F1) = 1{,}2 \times 74 = 90 \text{ m.N}$$

$$M_O\,(F2) = 2 \times 75 = 150 \text{ m.N}$$

Se somarmos os momentos das componentes chegamos a um valor igual a momento da resultante:

$$M_O\,(F1) + M_O\,(F2) = 90 + 150 = 240 \text{ m.N} = M_O\,(R)$$

Se tivéssemos tomado para centro dos momentos o ponto A, teríamos:

$$M_A\,(R) = 0{,}4 \times 150 = 60 \text{ m.N}$$

$$M_A\,(F1) = 0 \times 75 = 0 \text{ m.N}$$

$$M_A\,(F2) = (0{,}4 + 0{,}4) \times 75 = 60 \text{ m.N}$$

Somando os momentos das componentes obtém-se novamente um valor igual ao do momentos da resultante:

$$M_A\,(F1) + M_A\,(F2) = 0 + 60 = 60 \text{ m.N} = M_A\,(R)$$

Como vemos, para estes dois casos estudados, chegamos à conclusão de que o momento da resultante é sempre igual à soma algébrica dos momentos das componentes.

Poderíamos fazer estudos semelhantes para sistemas de duas ou mais forças com linhas de ação paralelas ou concorrentes que chegaríamos sempre à conclusão acima indicada, desde que as forças estivessem todas no mesmo plano (sistemas complanares) e o centro de momentos escolhido fosse um ponto qualquer desse plano.

Essa conclusão está sintetizada no teorema dos momentos (ou de Varignon) que se pode enunciar do seguinte modo: O momento da resultante de um sistema de forças complanares é igual à soma algébrica dos momentos das componentes em relação ao mesmo ponto do seu plano.

APLICAÇÃO DO TEOREMA DOS MOMENTOS

Vamos agora ver como o teorema dos momentos nos pode ajudar a resolver alguns problemas:

1. Localização da resultante de sistemas de forças paralelas com o mesmo sentido ou sentidos contrários

Forças com o Mesmo Sentido

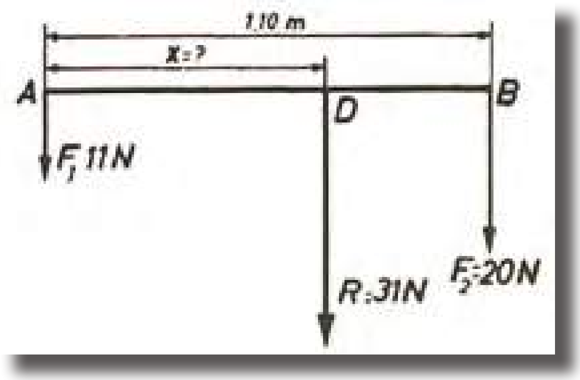


Figura 35 - Localização da resultante.

A determinação gráfica da resultante já foi estudada para este caso (Figura 35). Vamos agora, pelo teorema dos momentos, fazer a sua determinação analítica. Para isso, representemos novamente o sistema aplicado à barra AB com o comprimento de 1,10 m. Sendo F1 = - 11 N e F2 = 20 N, a intensidade da resultante será R = 31 N, (Figura 35). O seu ponto de aplicação D fica a uma distância X da extremidade A., que se calcula facilmente por aplicação do teorema dos momentos relativamente ao ponto A. Assim, teremos:

$$M_A\,(R) = M_A\,(F1) + M_A\,(F2)$$

$$X \times 31 = 0 \times 11 + 1{,}10 \times 20$$

$$X = 0{,}709\ m$$

Localizada deste modo a resultante, ficamos com o problema resolvido analiticamente.

Forças com Sentidos Contrários

Aplicando agora o teorema dos momentos ao sistema da figura 21 do capítulo anterior, novamente representado na figura 7, podemos ver como se determina a posição do ponto de aplicação da resultante de forças com sentidos contrários. Sendo F1 = 27 N e F2 = 11 N será R = 16 N. A distância X calcula-se supondo a extremidade A como centro dos momentos:

$$M_A\,(R) = M_A\,(F1) + M_A\,(F2)$$

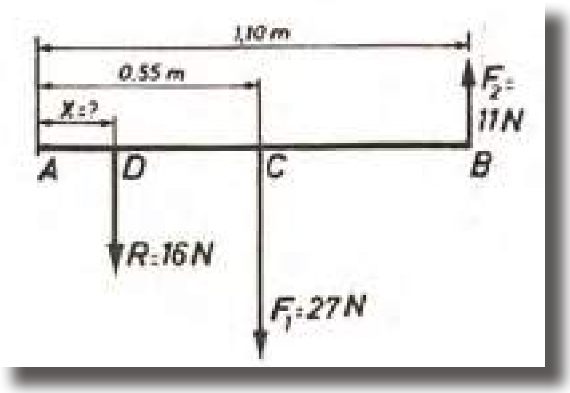


Figura 36 - Localização da resultante.

Notar que estes problemas são de resolução mais simples quando se escolhe para centro de momentos o ponto de aplicação de uma das forças. Experimentar fazendo os cálculos relativamente ao ponto B. Comparar os resultados obtidos com os da resolução gráfica. Estes dois problemas servem também como exemplo a seguir na determinação da resultante de sistemas constituídos por três ou mais forças paralelas.

1. Decompor uma força segundo duas direções tendo as duas componentes o mesmo sentido ou sentidos contrários

Componentes com o Mesmo Sentido

Retomemos o exemplo da figura 7 do capítulo anterior e suponhamos que o motor pesa 150 N e está suspenso no ponto D (Figura 8). As componentes F1 e F2 podem calcular-se agora analiticamente por utilização do teorema dos momentos escolhendo para centro dos momentos os pontos A ou B.

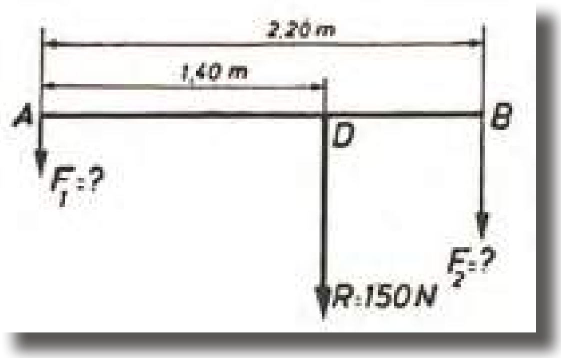


Figura 37 - Localização da resultante.

Assim, desejando determinar F2 calculamos os momentos em relação à extremidade A da barra. Deste modo será:

$$M_A\,(R) = M_A\,(F1) + M_A\,(F2)$$

$$1{,}40 \times 150 = 0 \times F1 + 2{,}20 \times F2$$

$$210 = 2{,}20 \times F2$$

$$F2 = 95{,}4\ N$$

Calculada F2, determina-se F1 achando a diferença de F2 para R

$$F1 = R - F2$$

$$F1 = 150 - 95{,}4$$

$$F1 = 54{,}6\ N$$

Componentes com Sentidos Contrários

Utilizando como exemplo o caso estudado na figura 38, suponhamos o motor suspenso no extremo A da barra cujo comprimento é 2,20 m e que AH é 0,88 m.

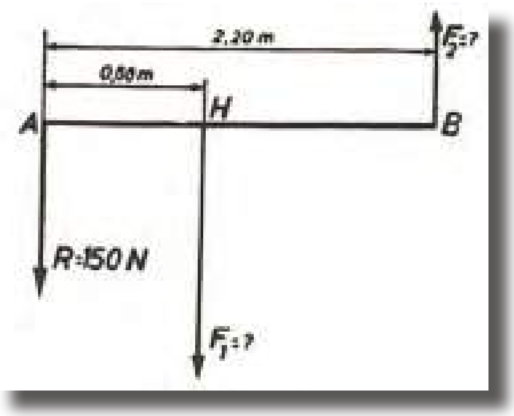


Figura 38 - Determinação das componentes.

As componentes calculam-se como já foi indicado para o caso anterior. Assim, considerando o ponto H como centro de momentos, teremos:

$$R = F1 - F2$$

$$150 = F1 - 100$$

$$F1 = 250\ N$$

É preciso atenção ao marcar o sentido das componentes neste caso. Não esquecer que a resultante fica sempre ao lado da componente maior e tem o sentido desta.

CENTRO DE GRAVIDADE

Embora o objetivo principal deste capítulo seja o estudo dos processos usados para a determinação do centro de gravidade, parece de utilidade relembrar algumas noções sobre a massa e peso de um corpo.

Massa de um Corpo

Para já interessa-nos ficar com a ideia de que a massa de um corpo corresponde à quantidade de matéria que o constitui. A determinação da massa faz-se por meio de balanças.

O quilograma (kg) é a unidade da massa. Corresponde à massa de um padrão de platina irradiada, de forma cilíndrica, com 39 milímetros de altura e de diâmetro, existente no Pavilhão de Pesos e Medidas junto de Paris.

A massa de um corpo é sempre a mesma qualquer que seja o local onde a sua determinação é feita: Porto, Lisboa, Díli, Paris, etc.

Peso de um Corpo

O peso de um corpo é a força que, aplicada a esse corpo, lhe comunica uma aceleração igual à aceleração local em queda livre.

Sendo conhecidas a massa (m) do corpo e a aceleração local (g), o valor do seu peso (símbolo G) calcula-se pela expressão seguinte :

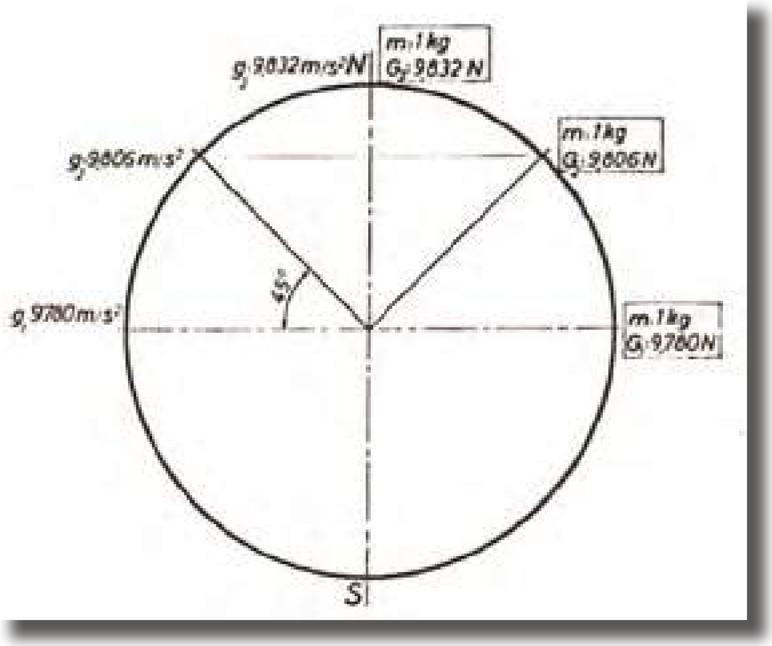


Figura 39 - Variação do peso de um corpo com a latitude.

Como aceleração varia com a latitude e a altitude também o peso do corpo depende do local onde ele se encontra. Na figura 39 estão indicados os pesos que um corpo com a massa de 1 quilograma teria no equador, a 45° de latitude e no pólo Norte. Por ela se pode verificar que embora a massa seja sempre a mesma o peso do corpo pode variar.
Não é, portanto, admissível a confusão entre massa e peso; o peso é 3 medida da força que a gravidade exerce sobre a massa.
Como exemplo, basta lembrarmo-nos que um astronauta que pese na Terra 900 N pesará na Lua cerca de 150 N (a sexta parte), embora a sua massa não tenha variado.
Para os problemas práticos adota-se g = 9,8 m/s^2. Deste modo para se calcular o peso de um corpo bastaria multiplicar a massa por esse valor de g.

Exemplo: m = 5 kg; G = 5 x 9,8 = 49 N

Centro De Gravidade

Dá-se o nome de centro de gravidade ao ponto de aplicação do peso do corpo. Se considerarmos o corpo decomposto em pequenos elementos, a cada um deles corresponderá um certo peso (Figura 40). O peso do corpo será a resultante das ações da gravidade sobre cada um desses elementos e o seu ponto de aplicação o centro de gravidade C. O peso do corpo é assim a resultante de forças paralelas e daí o centro de gravidade ser um ponto fixo em relação ao corpo, qualquer que seja a posição deste ou o local onde se encontre (Figura 41).

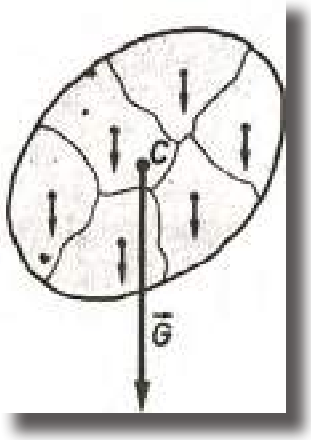


Figura 40 - Peso de um corpo.

Se desejássemos reduzir o corpo a um ponto material, seria no centro de gravidade que ficaria concentrada a massa do corpo.

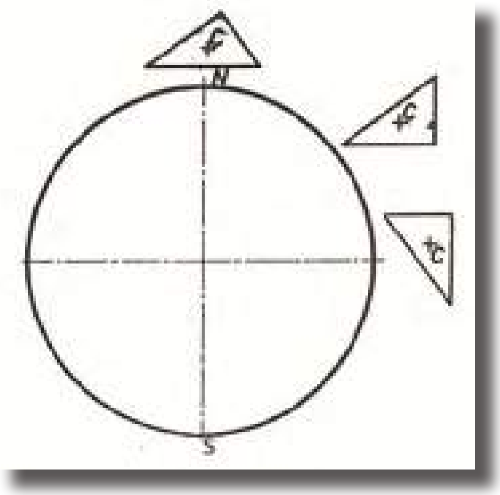


Figura 41 - O centro de gravidade é um ponto fixo, qualquer que seja a posição do corpo ou o local onde este se encontre.

EQUILÍBRIO DE CORPOS

Vamos agora estudar os casos de equilíbrio estático dos corpos suspensos ou apoiados quando apenas há a considerar o peso próprio e a reação dele resultante.

Ação e Reação

Para melhor compreendermos as condições de equilíbrio convém-nos ter ideias claras sobre o princípio da igualdade da ação e da reação.

Figura 42 - Ação e reação.

Suponhamos que mantemos com certo alongamento uma mola, fixa numa das extremidades, figura 42. À ação do indicar sobre a mola corresponde uma reação da mola sobre o indicador, Para esse alongamento, serão duas forças iguais e diretamente opostas. Do mesmo modo, se suspendermos um corpo, este exercerá uma certa ação (igual ao seu peso) que obrigará uma reação por parte da mão que o mantém suspenso, como mostra a figura 43. Também neste caso a ação e a reação serão forças iguais e diretamente opostas. Estes exemplos ajudam-nos a compreender o princípio da igualdade da ação e da reação enunciado pela primeira vez pelo sábio inglês Newton que é o seguinte:

Se um corpo A exerce uma força (ação) sobre um corpo B, inversamente B exercerá sobre A uma força igual e diretamente oposta (reação).

Se tivéssemos considerado o caso de uma viga apoiada nas suas extremidades o princípio atrás enunciado teria também aplicação, aparecendo-nos agora duas reações, uma para cada apoio, devidas ao seu peso, figura 43. Essas reações representam-nos as forças que teríamos de aplicar nas extremidades A e B da viga para que esta ficasse em equilíbrio, supondo que retirávamos os apoios. Elas serão duas forças verticais de baixo para cima com 20 kgf de intensidade.

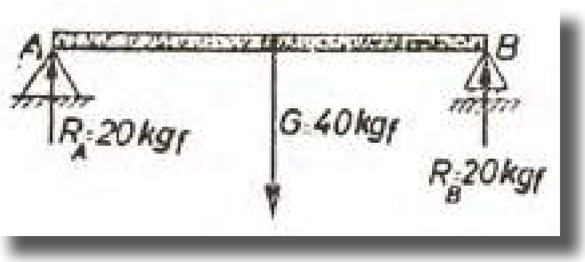


Figura 43 - Reação dos apoios.

Equilíbrio De Corpos Suspensos

Os três casos de equilíbrio dependem da posição relativa do eixo de suspensão e do centro de gravidade e estão representados na figura 44.

Equilíbrio estável — Se o centro de gravidade está abaixo do eixo de suspensão O o corpo está em equilíbrio estável porque afastado da posição de equilíbrio regressa por ação do peso próprio à posição inicial. Ou seja, devido ao momento criado pelo peso G, igual ao da sua componente F.

Equilíbrio instável — Dá-se quando o centro de gravidade C está acima do eixo de suspensão O. Afastado da posição de equilíbrio o corpo não regressa por si só à posição inicial. O momento criado tende a levar o corpo para a posição de equilíbrio estável.

Equilíbrio indiferente — Se o centro de gravidade coincide com o eixo de suspensão o corpo está em equilíbrio indiferente, pois esse equilíbrio dá-se qualquer que seja a posição em que ele se encontre. É sempre nulo o momento em relação ao eixo.

Para as três posições de equilíbrio o peso origina uma reação no apoio (R_O) que o equilibra.

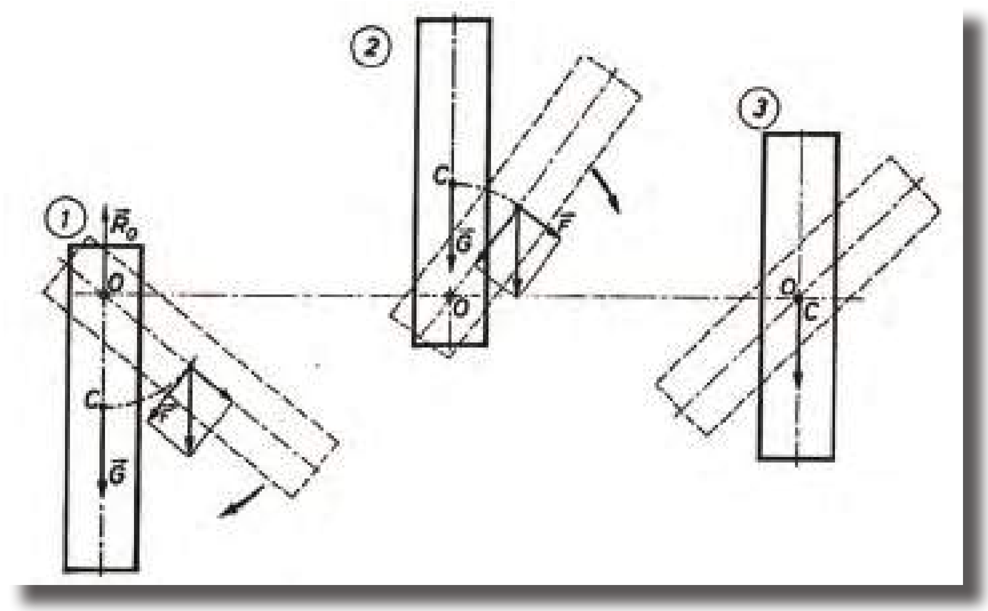


Figura 44 - 1. Equilíbrio estável; 2. Equilíbrio instável; 3. Equilíbrio indiferente.

Na figura 45 está representado um disco cuja parte inferior é constituída por um material com maior densidade que o restante, donde resulta estar o centro de gravidade afastado do eixo de simetria que é também o eixo de suspensão. Em qualquer posição que o deixemos ele volta à indicada na figura. Caso idêntico pode suceder com tambores ou volantes montados em veios. Se assim acontecer é sinal de que não estão bem equilibrados, o que pode originar efeitos prejudiciais ao seu funcionamento, quando em movimento, como adiante veremos (força centrífuga).

Vejamos como conseguir o equilíbrio. Problema: Determinar a massa a colocar na extremidade A do diâmetro que passa pelo centro de gravidade e o eixo de suspensão, figura 46, para que o disco de 5,4 kg de massa fique em equilíbrio indiferente. Para que haja equilíbrio indiferente é preciso que a resultante (peso total) passe pelo eixo de suspensão sendo, por isso, nulo o seu momento.

Pelo teorema dos momentos será:

$$M_o\,(G) + M_o\,(G_1) = 0$$

$$-\,40 \times 5{,}4 \times 9{,}8 + 180 \times m_1 = 0$$

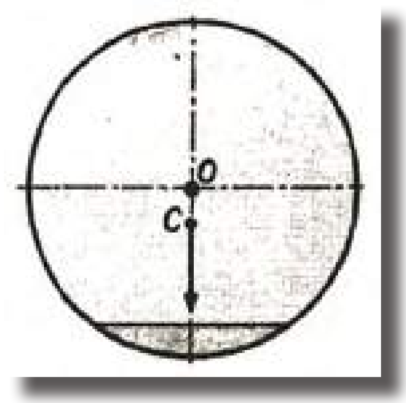


Figura 45 - Equilíbrio estável.

Como vemos podíamos ter entrado nos cálculos apenas com as massas. O centro de gravidade é também o centro de massas. Para deslocar peças de grande comprimento tais como: vigas, estruturas (Figura 47), postes de iluminação, etc., quando suspensas é importante conhecer a posição do centro de gravidade. A suspensão pela zona onde este está localizado facilita esse trabalho.

Estabilidade - Para os corpos suspensos a estabilidade aumenta com o seu peso e a distância do centro de gravidade ao eixo de suspensão.

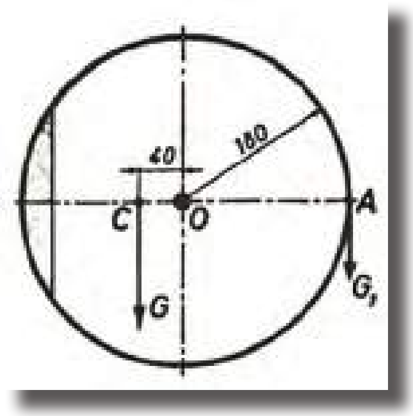


Figura 46 - Problema.

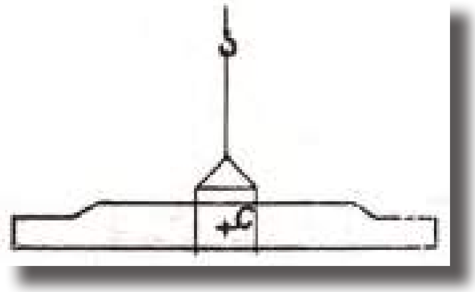


Figura 47 - O centro de gravidade deve ficar na direção do cabo.

Equilíbrio De Corpos Apoiados

Vamos apenas estudar os casos de equilíbrio quando o corpo está apoiado num plano horizontal. Esse apoio pode ser feito dos seguintes modos:

1. Por um ponto

O corpo de revolução, 3ª imagem representada na figura 48, tem por base uma calote esférica com a parte inferior constituída por um material de grande densidade (podem ser grãos de chumbo), para que o centro de gravidade esteja o mais baixo possível. Este caso de equilíbrio é bem exemplificado pelos bonecos chamados teimosos ou sempre-em-pé porque teimam em ficar sempre na posição vertical.

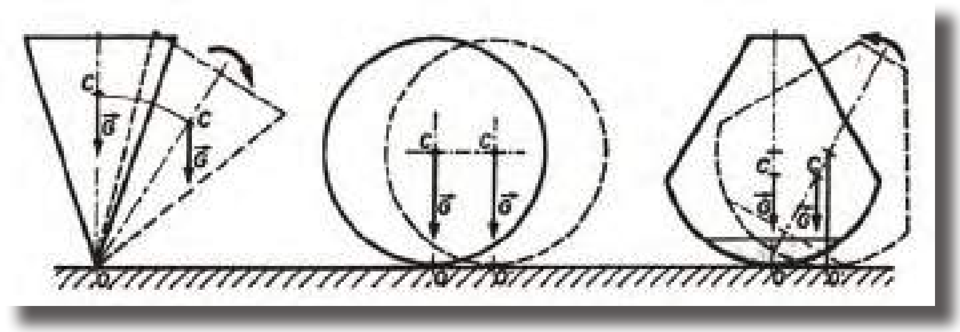


Figura 48 - Cone apoiado pelo vértice (equilíbrio instável); Esfera (equilíbrio indiferente); Equilíbrio estável.

2. Por dois ou mais pontos em linha reta

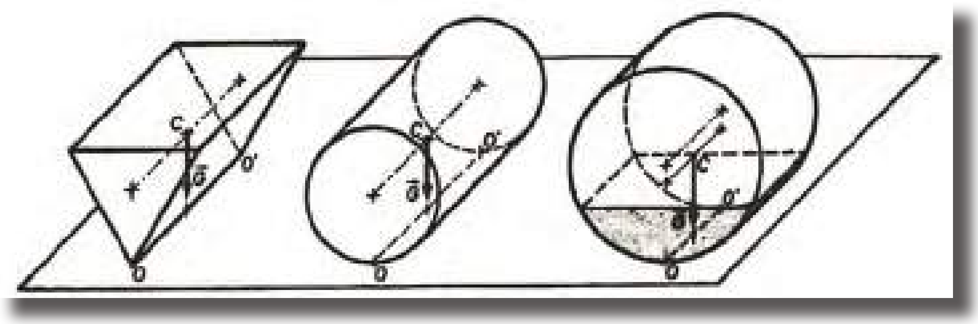


Figura 49 - Prisma em equilíbrio instável; Cilindro em equilíbrio indiferente; Disco em equilíbrio estável.

3. Por três ou mais pontos não em linha reta

Os três ou mais pontos definem neste caso a base de sustentação. Para o prisma da figura a base de sustentação é o retângulo MNOP. Para que haja equilíbrio é necessário que a vertical que passa pelo centro de gravidade caia dentro da base de sustentação.
Se inclinarmos o prisma, a base de sustentação reduz-se à aresta OP. Quando a linha de ação do peso passa por essa aresta o prisma fica em equilíbrio instável (2ª imagem da figura 50).

Estabilidade - Para estudar as condições em que há estabilidade, suponhamos que ao prisma foi aplicada, à altura do centro de gravidade, a força F (3ª imagem da figura 50). Para que o equilíbrio se mantenha é necessário que a linha de ação da resultante dessa força e do peso caia dentro da base de sustentação, como acontece, na 3ª imagem da figura 50. Considerando os momentos criados pelas duas forças em relação ao eixo OP, o equilíbrio existe sempre que o momento devido ao peso (momento de estabilidade) seja maior que o momento criado pela força F (momento de derrube), isto é, desde que G x d seja maior que F x b.

A estabilidade será tanto maior quanto maior for o peso e a distância d e, ainda, quanto mais baixo estiver o centro de gravidade.

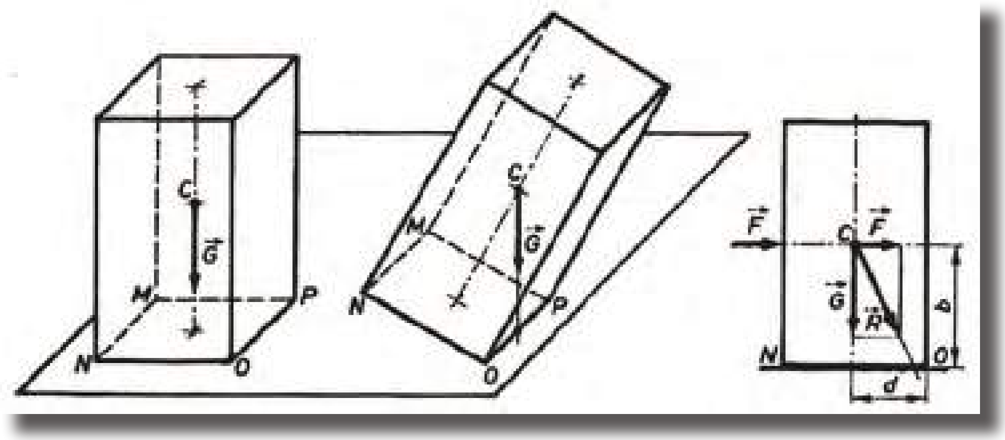


Figura 50 - Prisma em equilíbrio estável; Posição de equilíbrio instável; Condições de estabilidade.

EXERCÍCIOS TEÓRICOS

EXERCÍCIO 1. Considere a seguinte abaixo e os seguintes dados: F1 = 25 N e F2 = 20 N.

Calcule a força resultante R para os seguintes valores de α:

a. α = 0°;

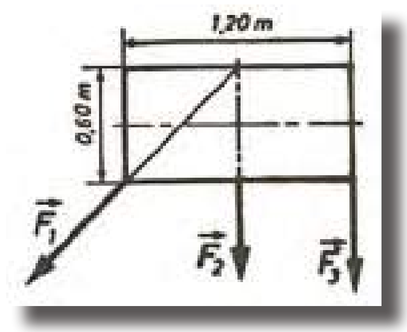
b. α = 90°;

c. α = 190°;

EXERCÍCIO 2. Ao tampo da mesa da sala de aula foram aplicadas 3 forças complanares conforme indica a figura. Calcular a resultante do sistema:

a. Pelo método do polígono funicular, sabendo que F1 = 72 N, F2 = 52 N e F3 = 60 N;

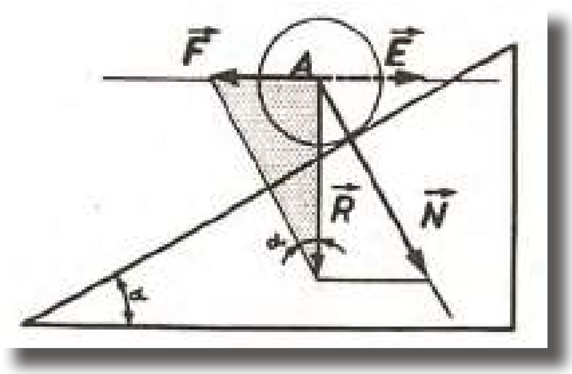
b. Analiticamente.



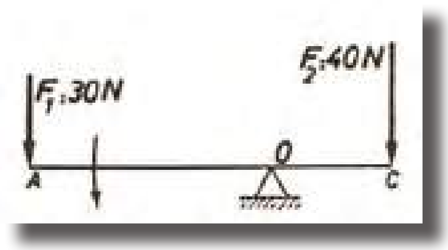
EXERCÍCIO 3. Considere a figura seguinte. Sendo R = 150 N e α = 35°, calcular:

a. A equilibrante paralela ao plano;

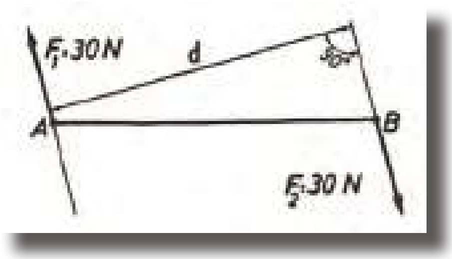
b. A equilibrante paralela à base.



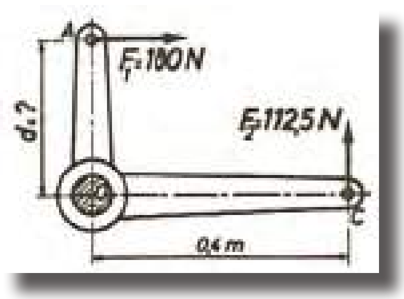
EXERCÍCIO 4. Calcular os momentos de F1 e F2 da figura, em relação ao ponto 0, sendo AO = 0,4 m e OC = 0,2 m.



EXERCÍCIO 5. Considere a figura seguinte. Sendo AB = 0,3 m, calcular o momento do binário supondo que é de 60° o ângulo da barra com a linha de ação das forças.



EXERCÍCIO 6. Considere a figura seguinte. Calcule:



a. O momento da F2 em relação ao eixo que passa por O;
b. O comprimento d para que F1 origine um momento com a mesma grandeza do anterior;
c. A intensidade da resultante das duas forças.

EXERCÍCIO 7. Ainda em relação à figura anterior, calcule:

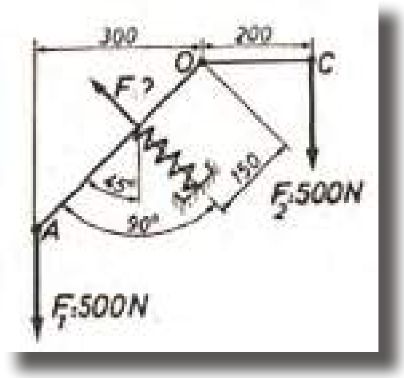
a. O momento de F2 em relação ao ponto O;

b. O valor se F1 para que as duas forças originem momentos com o mesmo valor absoluto;

c. O ângulo de F1 com F2;

d. A intensidade da resultante.

EXERCÍCIO 8. A resultante das forças F1 e F2 aplicadas à alavanca AOC, móvel em torno de O, é equilibrada pela força exercida pela mola. Determinar:



a) A soma algébrica dos momentos de F1 e F2 em relação ao ponto O;

b) A intensidade da resultante de F1 e F2;

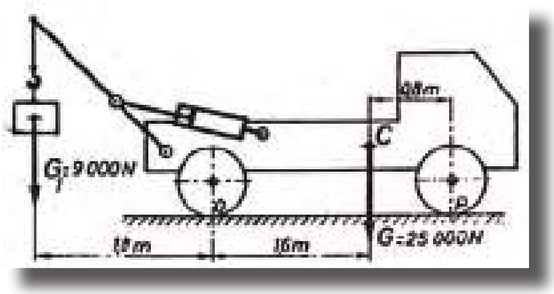
c) A intensidade da resultante das três forças.

EXERCÍCIO 9. Para o camião representado na figura, que tem um dispositivo hidráulico para carga, determinar:

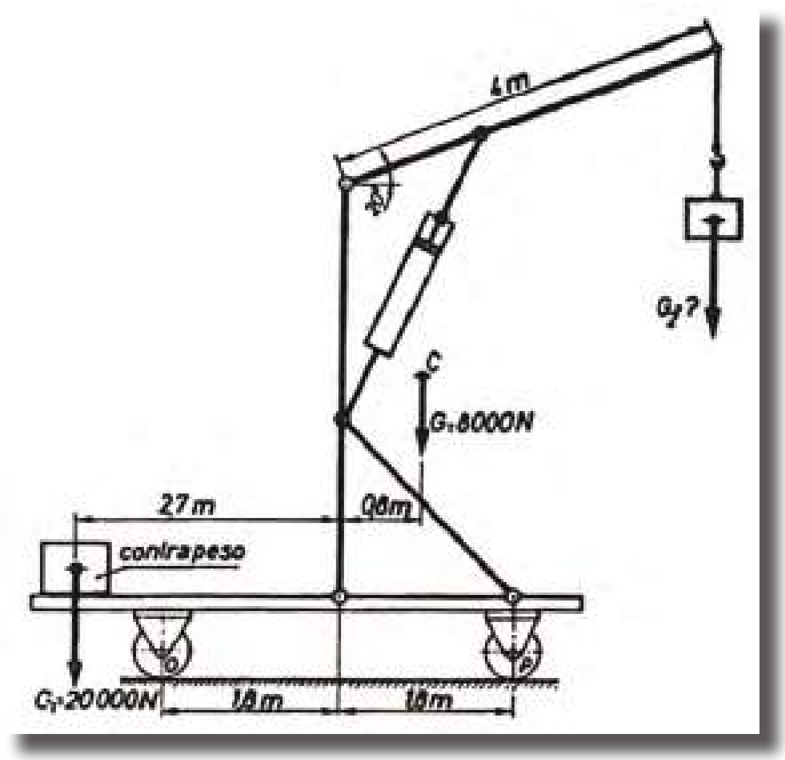
a) as condições de estabilidade;

b) a distância do eixo da roda O à linha de ação da resultante das duas forças;

c) a distribuição do peso total por cada uma das quarto rodas supondo que as forças estão no plano de simetria do camião.



EXERCÍCIO 10. Para a grua com comando hidráulico representada na figura, calcular:



a. As condições de estabilidade em vazio;

b. A distância do eixo da roda O à linha de ação da resultante, em vazio;

c. O braço do momento criado pela carga a elevar;

d. O valor máximo da carga, na posição indicada na figura;

e. A distribuição do peso total por cada uma das 4 rodas supondo que a carga G_2 é de 25.000 N e que todas as forças estão no plano de simetria da grua.

CINEMÁTICA

A cinemática é um ramo da física que estuda os diversos tipos de movimento e a sua classificação, processos mais utilizados na transmissão ou transformação de movimentos entrando, assim, no campo da cinemática aplicada.

TRAJETÓRIA MÓVEL

Diz-se que um corpo está em movimento quando a sua posição em relação a outros, considerados fixos, se vai modificando. A um corpo em movimento dá-se o nome de **móvel**. Chama-se **trajetória** à linha que representa as sucessivas posições que um corpo em movimento vai ocupando.

VELOCIDADE

Relacionando o caminho percorrido com o tempo gasto nesse percurso ficamos com uma ideia da velocidade com que o corpo se desloca. Se o deslocamento se fizer com a mesma velocidade o movimento é uniforme, caso assim não suceda será variado.

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

Para se caracterizar o movimento de um corpo é necessário ter em atenção a sua trajetória e a velocidade com que se desloca. Quanto à trajetória um movimento pode ser:

- **Retilíneo** quando a trajetória é uma linha reta (Exemplo: o movimento do cabeçote de um limador);
- **Curvilíneo** se a trajetória é uma linha curva. Neste caso ainda pode ser:
  - **Circular** se a trajetória é uma circunferência;
  - **Elíptico** se a trajetória é uma elipse;
  - **Helicoidal** — quando a trajetória é uma hélice. Este caso corresponde ao movimento de qualquer ponto de uma porca que está a ser enroscada num parafuso.

No entanto nem sempre a trajetória é uma linha reta ou curva. Muitas vezes ela é uma linha complexa, o que sucede, por exemplo, durante o nosso movimento no intervalo das aulas.

Figura 1 - Movimento de translação retilíneo.

Interessa, ainda, saber distinguir os movimentos de translação e de rotação.

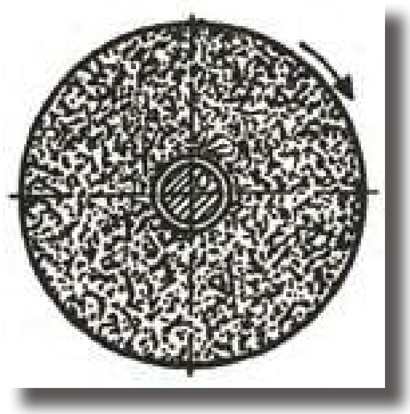


Figura 2 - Movimentos de rotação cujo eixo passa pelo ponto O.

Diz-se que um corpo está animado de movimento de translação quando todos os seus pontos descrevem trajetórias iguais, deslocando-se todos com a mesma velocidade. As sucessivas posições de qualquer segmento definido por dois pontos serão paralelas. Na figura 1 está representado um movimento de translação retilíneo. É deste tipo o movimento do cabeçote de um limador. 0 movimento de translação pode também ser curvilíneo. Um corpo está animado de movimento de rotação quando as trajetórias de todos os seus pontos forem circunferências cujos centros se encontram sobre uma reta chamada eixo de rotação.

Na figura 2 está representada uma mó de afiar ferramentas, animada de movimento de rotação. São ainda exemplos deste tipo de movimento os movimentos de uma peça montada no torno, de um tambor, etc.

Os movimentos são também classificados tendo em atenção a velocidade e podem ser:

- **uniformes** quando a velocidade é constante;
- **variados** se a velocidade não tem sempre o mesmo valor.

Nos movimentos variados devemos ainda distinguir os uniformemente variados em que é constante o aumento ou a diminuição da velocidade em cada unidade de tempo. Se a velocidade aumenta, o movimento chama-se uniformemente acelerado, se diminui é uniformemente retardado.

Vamos agora estudar alguns tipos de movimentos.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME

De acordo com a sua designação trata-se do movimento em que a trajetória é uma linha reta (retilíneo) e o corpo se desloca sempre com a mesma velocidade (uniforme).

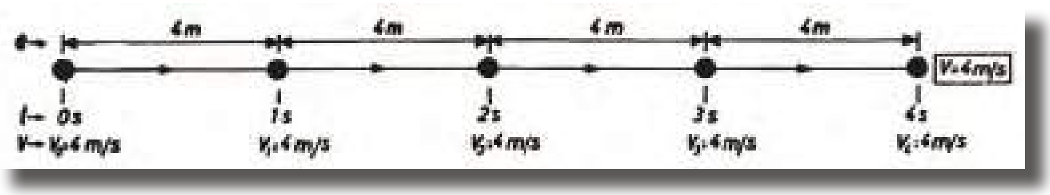


Figura 3—Movimento retilíneo uniforme.

Na figura 3 está representado um movimento deste tipo. Em cada segundo o móvel percorre 4 m sendo, por isso, a velocidade constante.

Para determinar a velocidade v (m/s) temos que relacionar o caminho percorrido e (m) com o tempo t (s) gasto:

$$v = e / t$$

No exemplo representado na figura 3 a velocidade tem o valor constante de 4 m/s.

Mudança De Unidades

Nem sempre a velocidade vem expressa em m/s sendo vulgar encontrar-se a indicação de velocidade em km/h e m/min. Devemos, por isso, saber fazer a mudança de unidades, o que é muito simples se tivemos presente as relações que há entre o km e o m e entre a hora, o minuto e o segundo. Vejamos alguns exemplos:

- km/h em m/s

18 km/h = 18 x (1.000 / 3.600) m/s = 5 m/s

- m/min em m/s

120 m/min = 120 x (1/60) m/s = 2 m/s

- m/s em km/h

10 m/s = 10 x ((1/1.000) / (1/3.600)) km/h = 36 km/h

O caminho percorrido será igual ao produto da velocidade pelo tempo gasto no percurso:

e = v x t

O movimento do corpo da figura 3 pode ainda ser representado graficamente marcando-se nos eixos a velocidade e o tempo. A área do retângulo, igual a v x t, dá-nos o valor numérico do caminho percorrido.

MOVIMENTO RETILÍNEO VARIADO

Neste tipo de movimento o móvel desloca-se em linha reta mas a sua velocidade vai-se modificando momento a momento.

Nos movimentos variados podem considerar-se a velocidade instantânea, velocidade que o móvel tem em cada instante a e velocidade média (v_m) que é a velocidade constante que o móvel deveria ter para, com movimento uniforme, percorrer o mesmo espaço ao fim do mesmo tempo.

Dos movimentos variados vamos apenas estudar os uniformemente acelerados que são, como já sabemos, aqueles em que é constante o aumento da velocidade na unidade de tempo.

À variação da velocidade na unidade de tempo dá-se o nome de aceleração (símbolo a).

Na figura 4 foi representado um móvel animado de movimento uniformemente acelerado. O aumento constante da velocidade é, em cada segundo, 2 m/s e, portanto, a aceleração é (2 m/s(/ (1 s) = 2 m/s^2.

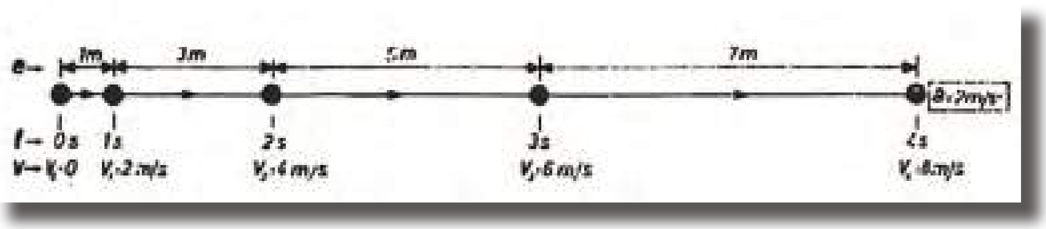


Figura 4 - Movimento uniformemente acelerado.

Como a velocidade vai aumentando, também o caminho percorrido ao fim de cada segundo vai sendo cada vez maior.

A expressão que nos dá a velocidade é, atendendo à definição de aceleração, a seguinte:

$$v = a \times t$$

em que

v - Velocidade (m/s)

a - aceleração (m/s²)

t - tempo (s)

0 caminho percorrido ao fim de um certo tempo pode calcular-se determinando a velocidade média que, no movimento uniformemente acelerado, é igual à semi-soma das velocidades inicial e final. Assim, ao fim de t segundos, partindo o corpo de repouso (v = 0), será:

$$v_m = \frac{0 + a \times t}{2} = \frac{a \times t}{2}$$

Daí resulta que o caminho percorrido ao fim dos mesmos t segundos terá o valor:

$$e = v_m \times t = \frac{a \times t}{2} \times t$$

ou

$$e = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

A variação de velocidade com o tempo encontra-se representada na figura 5. Para a mesma escala, quanto maior for a aceleração maior será também a inclinação da linha reta que representa a variação de velocidade. A área do triângulo dá-nos o valor numérico do espaço percorrido.

Sendo a área dum triângulo igual ao semiproduto da base pela altura, daí se concluí também que

$$e = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

Das expressões que nos dão a velocidade e o caminho percorrido:

$$v = a \times t$$

$$e = 1/2 \times a \times t^2$$

podemos deduzir a expressão que nos permite calcular a velocidade que o corpo atinge ao fim dum certo caminho (e) sendo conhecida a aceleração (a):

$$v = \sqrt{2 \times a \times e}$$

QUEDA DOS CORPOS

Como caso particular dos movimentos uniformemente acelerados, devemos ainda estudar o movimento dos corpos em queda livre, desprezando, por isso, a influência do ar nessa queda. As leis deste movimento foram estudadas experimentalmente por Galileu. No mesmo local todos os corpos caiem com a mesma aceleração a que, neste caso, se dá o nome de aceleração da gravidade (símbolo g). O valor da aceleração da gravidade depende da latitude e da altitude do lugar:

- **Variação com a latitude**: Ao nível do mar teremos os valores seguintes:
  - Equador: g = 9,780 m/s^2
  - A 45.° de latitude: g = 9,806 m/s^2
  - Pólo: g = 7 = 9,832 m/s^2

- **Variação com a altitude**: Sendo g_0 a aceleração ao nível do mar, o seu valor, à altura h, pode ser calculado com aproximação suficiente pela seguinte expressão:

$$g_h = g_0 - (10{,}00000031 \times h)$$

Como vemos o valor da aceleração aumenta com a latitude e diminui com a altitude. Para evitar os inconvenientes desta variação a Comissão Internacional de Pesos e Medidas fixou para a aceleração em queda livre o seguinte valor: g = 9,806 65 m/s^2. Para os nossos problemas, de caráter prático, obtemos suficiente precisão fazendo g = 9,8 m/s^2.

As expressões do movimento uniforme acelerado terão agora a seguinte forma:

$$v = g \times t$$

$$h = \frac{1}{2} \times g \times t^2$$

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

Como o nome indica, neste movimento cada ponto desloca-se com velocidade de valor constante, sendo a sua trajetória uma circunferência.

Estão animados de movimento deste tipo os pontos das brocas, das peças a tornear, das mós de afiar ferramentas, dos tambores, etc., isto é, qualquer ponto das peças animadas de movimento de rotação em torno de um eixo fixo.

Neste movimento é necessário estudar as noções de velocidade angular e de velocidade circunferencial.

Velocidade Angular

Se na figura 5 considerarmos o raio correspondente ao ponto P, chamamos velocidade angular ao ângulo descrito pelo raio na unidade de tempo.

Para medir os ângulos usa-se em Mecânica, como unidade, o radiano (símbolo: rad). 1 radiano é o ângulo compreendido entre dois raios que, sobre a circunferência, definem (intercetam) um arco cujo comprimento é igual ao raio, figura 5 c). Numa circunferência cabem 2c radianos e, por isso, cada radiano medirá aproximadamente 57° (1 rad = 360°/ 2π = 57º).

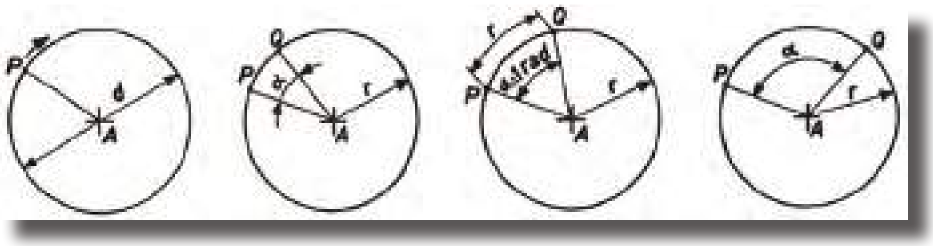


Figura 5 - a) Velocidade angular; b) Perímetro PQ < R e α < 1 rad;

c) Perímetro PQ = R e α = 1 rad; d) Perímetro PQ > R e α > 1rad.

A velocidade angular é designada pela letra grega ω e, de acordo com a definição, será:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

em que

ω - velocidade angular (rad/s)

α - ângulo (rad)

t - tempo (s)

Em Mecânica é também muito usado indicar a velocidade angular pelo número de rotações por minuto (símbolo n). Fácil é fazer a sua transformação em radianos por segundo. Como a cada rotação correspondem 2π radianos, será a = 2π x n e sendo t = 1 min = 60 s, teremos :

$$\omega = \frac{\pi \times n}{30}$$

em que

ω - velocidade angular (rad/s)

n - nº de rotações (rot/min)

Para se medir o número de rotações por minuto usam-se uns aparelhos chamados taquímetros.

Velocidade Circunferencial

Se agora na fig. 12, considerarmos o caminho percorrido pelo ponto P, chamamos velocidade circunferencial ao comprimento do arco descrito pelo ponto na unidade de tempo.

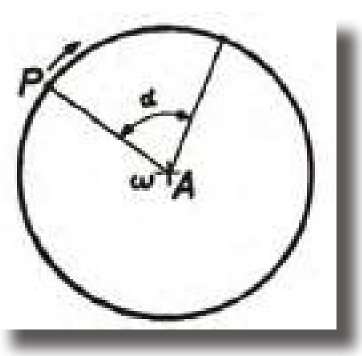


Figura 6 - Velocidade circunferencial.

Sendo conhecidos o diâmetro (d) da trajetória e o número de rotações por minuto (n) é fácil calcular a velocidade com que se desloca. Como o movimento é uniforme,

$$v = e / t$$

e, como em cada volta ou rotação o ponto P percorre um caminho igual ao perímetro da circunferência (π x d), ao fim de n rotações teremos:

$$e = \pi \times d \times n$$

como t = 1 min = 60 s, virá

$$v = \frac{\pi \times d \times n}{60}$$

em que

d - distância (m)

n - nº de rotações (rot/min)

v - velocidade (m/s)

Como π / 60 = 1 / 19,1, a expressão anterior pode tornar a seguinte forma:

$$v = \frac{d \times n}{19{,}1}$$

É importante salientar que num corpo animado de movimento de rotação uniforme todos os seus pontos têm a mesma velocidade angular, o que não acontece com a velocidade circunferencial, cujo valor depende da distância de cada ponto ao eixo de rotação. Comparando as expressões que nos dão estas velocidades,

$$v = \frac{\pi \times d \times n}{60} = \frac{\pi \times n}{30} \times \frac{d}{2}$$

e

$$\omega = \frac{\pi \times n}{30}$$

virá

$$\boldsymbol{v = \omega \times r}$$

em que

ω - *rad/s*

r - m

v - m/s

o que nos permite relacionar as velocidades circunferencial e angular conhecido o raio.

Velocidade De Corte

Dá-se o nome de velocidade de corte (v_c) à velocidade com que o gume da ferramenta corta o material a trabalhar. A escolha da velocidade de corte conveniente é da maior importância, pois dela depende o rendimento da ferramenta e o grau de acabamento da peça a trabalhar. Há tabelas que nos indicam os valores numéricos da velocidade de corte para cada caso, que nunca devem ser excedidos. Na elaboração dessas tabelas teve-se em atenção os fatores que intervêm na execução do trabalho, de modo a conseguir-se o máximo rendimento. Com velocidade de corte superior ao aconselhável a ferramenta aquece muito e o fio cortante gasta-se rapidamente, o que leva a ter que afiar a ferramenta com frequência. Se, pelo contrário, a velocidade de corte é pequena, demora-se mais tempo que o necessário para executar o trabalho.

Na elaboração das tabelas que nos dão os valores práticos da velocidade de corte entraram os seguintes fatores:

1. Material de que a ferramenta é feita (aço rápido e metais duros);

2. Material da peça (ferro fundido, aço, etc.); quanto maior for a sua dureza menor deverá ser a velocidade de corte;

3. Natureza do trabalho a executar (tornear, roscar, fresar, etc.); a uma maior secção de apara deve corresponder menor velocidade de corte pois o aquecimento é maior;

4. Máquina ferramenta utilizada;

5. Possibilidades de arrefecimento da ferramenta. Um bom arrefecimento possibilita a utilização de maiores velocidades de corte.

Ao iniciar-se qualquer trabalho deve consultar-se a tabela das velocidades de corte. Nunca se deve trabalhar sem saber qual a velocidade de corte aconselhada.

Cálculo do Número de Rotações a Dar à Peça ou à Ferramenta

A velocidade de corte vem normalmente indicada em m/min e, quando o movimento principal é circular uniforme, calcula-se pela expressão seguinte:

$$v_c = \frac{\pi \times d \times n}{1000}$$

em que

d - mm

n - rot/min

v_c *- m/min*

Para as máquinas de furar, fresadoras, esmeriladoras e máquinas de retificar, será:

d - diâmetro exterior da broca, da fresa (Figura 7), ou da mó de esmeril

n - a sua velocidade angular em rot/min.

Figura 7 - Velocidade de corte de uma fresa.

Tratando-se do torno, d e n serão respetivamente o diâmetro máximo da peça e a sua velocidade angular em rot/min (Figura 8).

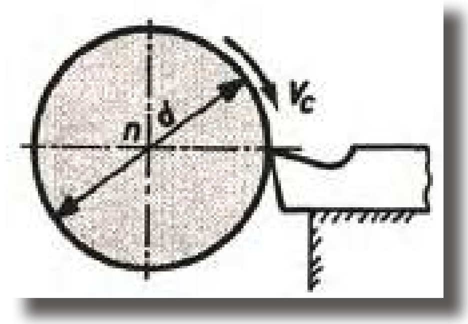


Figura 8 - Velocidade de corte no torno.

TRANSMISSÃO DE MOVIMENTO POR MEIO DE CORREIAS

Para transmissão do movimento circular é muito utilizado o sistema representado na figura 9, constituído por dois tambores, sendo um montado no veio do motor e o outro no veio principal do torno. O movimento é transmitido de um ao outro por meio de uma correia sem fim que parcialmente os abraça. Ao tambor montado no veio do motor dá-se o nome de **tambor motor** ou **mandante**. O tambor chavetado no veio da máquina a mover chama-se **tambor mandado**.

Neste manual adotou-se o critério de numerar os tambores a partir do 1º tambor mandante.

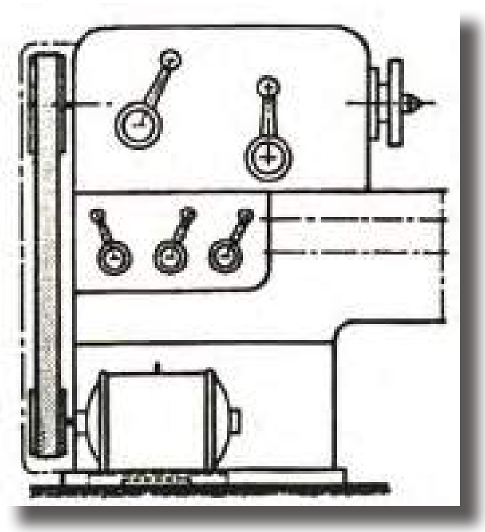


Figura 9 - Transição por correia plana.

Relação de Transmissão

Na figura 10 temos esquematizada uma transmissão e desde que não haja escorregamento da correia, as velocidades periféricas (v1 e v2) dos dois tambores são iguais à velocidade (v) com que a correia se desloca e, por isso, v = v1 = v2. Daqui resulta

$$\frac{\pi \times d1 \times n1}{60} = \frac{\pi \times d2 \times n2}{60}$$

simplificando,

d1 x n1 = d2 x n2

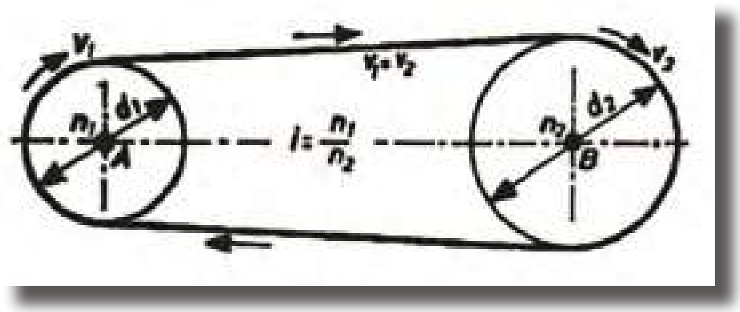


Figura 10 - Transmissão por correia entre veios paralelos.

Esta igualdade mostra-nos que são iguais os produtos que se obtêm multiplicando os diâmetros dos tambores mandante e mandado pelas despectivas velocidades angulares. Pela fórmula se vê que as velocidades angulares são inversamente proporcionais aos respetivos diâmetros. Quanto maior for o diâmetro do tambor menor será o seu número de rotações por minuto.

Relação de Velocidades

A relação entre as velocidades angulares dos dois tambores é definida pela razão de transmissão. Esta é normalmente designada pela letra I e pode calcular-se pelo cociente das velocidades angulares do tambor mandante e mandado:

$$i = \frac{n1}{n2}$$

Como as velocidades angulares são inversamente proporcionais dos diâmetros respetivos virá também:

$$i = \frac{d2}{d1}$$

Esta última igualdade mostra-nos bem que a razão de transmissão depende apenas do cociente dos diâmetros sendo, por isso, constante qualquer que seja o número de rotações por minuto do veio mandante.

Na figura 11, estão representados os três casos em que as razões de transmissão são maiores, iguais ou menores que a unidade.

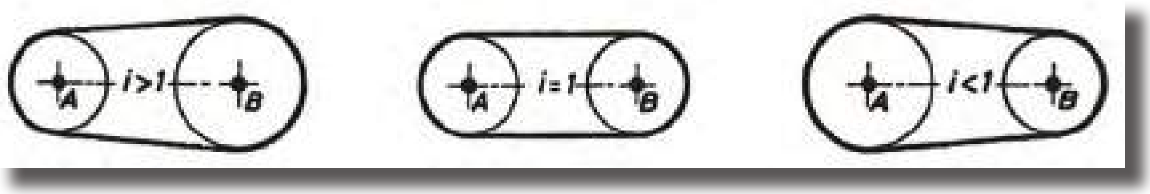


Figura 11 - a) Razão de transmissão maior que 1; b) Razão de transmissão igual a 1; c) Razão de transmissão menor que 1.

Sentido de Rotação

Na figura 12 estão representados os processos antigamente utilizados conseguir não só a inversão do sentido de rotação mas também a variação de velocidade do veio da máquina, neste caso, um torno. O mecanismo de inversão do sentido de rotação é constituído por um tambor chavetado no veio mandante e por três tambores montados no veio mandado. Destes apenas o do meio se encontra solidário com o veio sendo os das extremidades loucos, pois não estão chavetados no veio. Deste modo, o veio mandado só recebe movimento quando sobre o tambor do meio, fixo, está montada uma correia.

Quando tanto a correia direita como a cruzada estão montadas no respetivo tambor louco, não é transmitido movimento ao veio mandado, que sucede na figura 12.

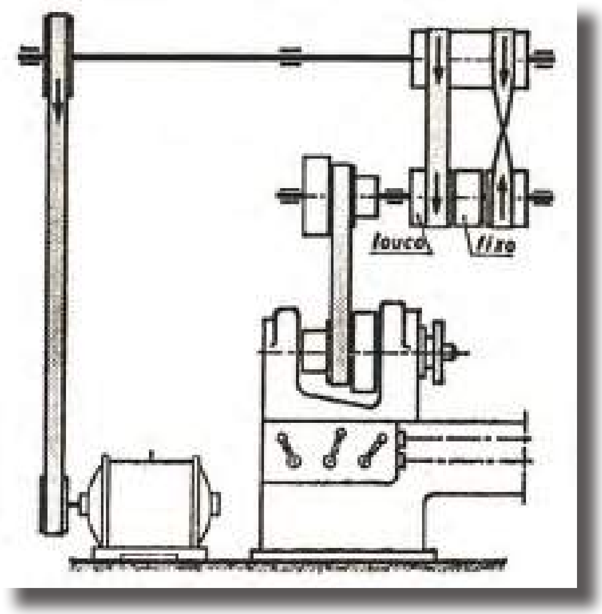


Figura 12 - Processos de variação do sentido de rotação c da velocidade.

Quando pretendemos que o veio motor e o mandado rodem no mesmo sentido passa-se a correia direita para o tambor fixo. Se, porém, desejarmos inverter o sentido de rotação do veio mandado, retira-se a correia direita do tambor fixo e monta-se nela a correia cruzada.

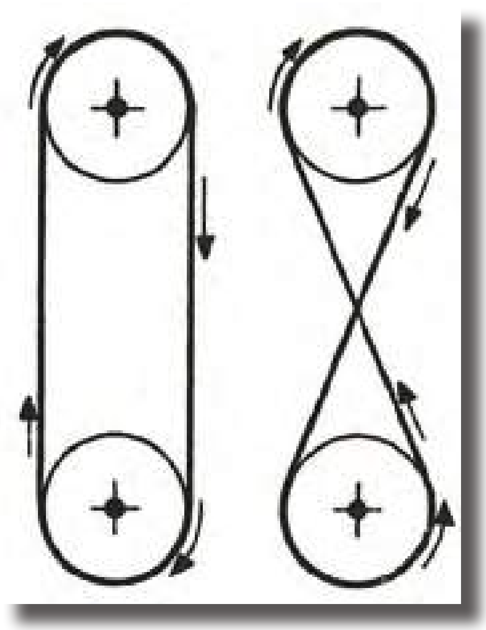


Figura 13 - a) Correia direita: o mesmo sentido de rotação;

Correia cruzada: os tambores rodam com sentido contrário.

Atualmente este processo é utilizado apenas em casos especiais. Como normalmente cada máquina é acionada por motor elétrico próprio, a inversão do movimento faz-se invertendo o sentido de rotação do motor ou utilizando rodas dentadas, como adiante veremos.

Variação de Velocidade

Embora normalmente o veio motor dê sempre o mesmo número de rotações por minuto, é muitas vezes necessário ter no veio mandado diferentes velocidades. Para o conseguir é preciso fazer variar a razão de transmissão, para se transformar o movimento principal de uma velocidade angular única (do veio motor) até várias velocidades de rotação convenientemente escolhidas. Este problema resolve-se de duas maneiras:

1. Por escalões;

2. de modo contínuo.

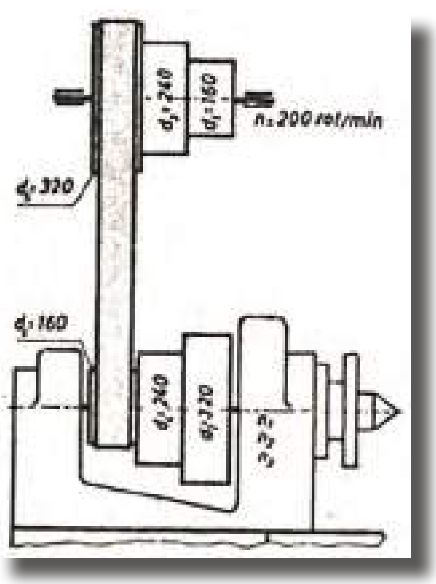


Figura 14 - Variação de velocidade por tambores escalonados.

Os tambores escalonados permitem por simples mudança de correia fazer uma variação de velocidade (Figura 14). São construídos numa só peça de ferro fundido solidária com o veio e, no caso da figura, conseguem-se três razões de transmissão diferentes havendo, portanto, três velocidades distintas no veio mandado.

Para que a correia fique sempre ajustada aos tambores é necessário que a soma dos diâmetros dos tambores correspondentes seja constante, isto é,

$$d1 + d2 = d3 + dA = ds + d6$$

Com tambores cónicos pode conseguir-se no veio mandado uma variação de velocidade de modo contínuo deslocando a correia num ou no outro sentido (Figura 15).
A velocidade angular do veio mandado é máxima quando a correia está na extremidade esquerda e mínima à direita. Na posição central, dada a igualdade dos diâmetros abraçados pela correia, a razão de transmissão será igual a 1.

Com o movimento a correia está em permanente deformação. Para atenuar os efeitos dessa deformação e aumentar a duração da correia esta tem que ser estreita do que resulta não se poder utilizar este processo para a transmissão de grandes esforços.

Pode também conseguir-se uma variação contínua da velocidade angular, utilizando correias trapezoidais, por meio de um mecanismo em que os tambores são constituídos por duas metades que se podem afastar ou aproximar. Assim vão sendo diferentes os diâmetros dos tambores abraçados pela correia e, consequentemente, a razão de transmissão.

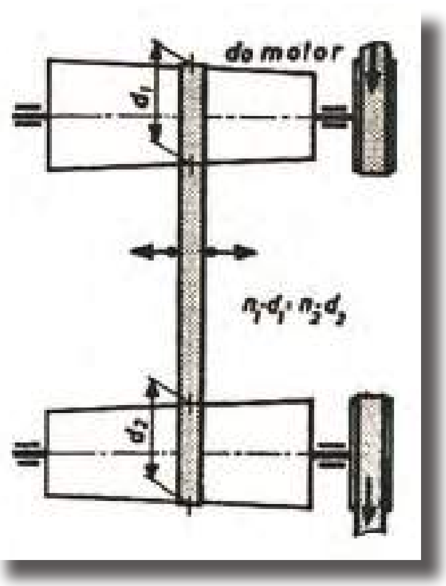


Figura 15 Variação de velocidade por tambores cónicos.

Transmissões Múltiplas

Quando a razão de transmissão ultrapassa certos valores e nos casos em que é grande a distância do veio mandante ao mandado, torna-se necessário empregar transmissões múltiplas, assim designadas por serem constituídas por mais de um par de tambores.

Na figura 16 está esquematizada uma transmissão dupla com um veio intermédio C e dois pares de tambores. 0 1º par é formado pelo tambor mandante montado no veio A e pelo tambor mandado colocado no veio intermédio C. O 2º par, com o tambor mandante montado também no veio C, tem o mandado chavetado no veio B da máquina.

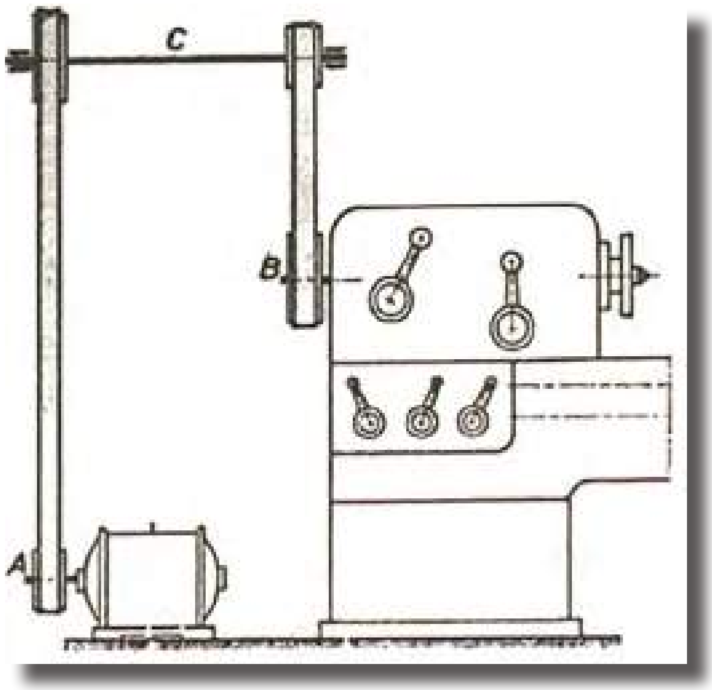


Figura 16 - Transmissão dupla.

Relação de Transmissão

Supondo que não há escorregamento e de acordo com a representação esquemática da figura 17, será para cada um dos pares de tambores:

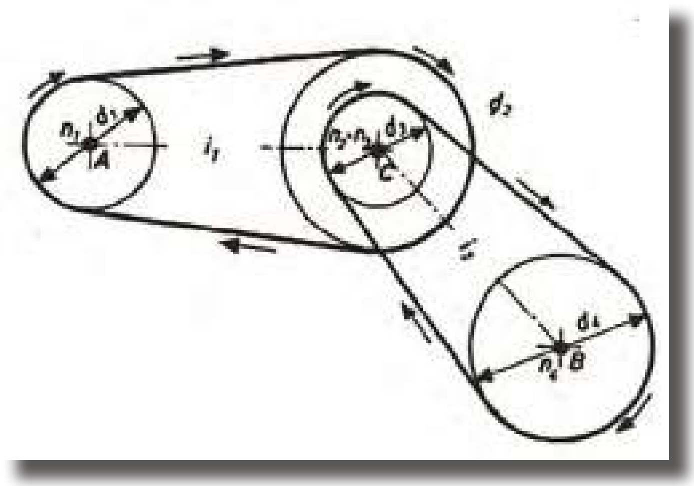


Figura 17 - Transmissão dupla: 3 veios, 2 pares de tambores e 2 correias.

1º Par: n1 x d1 = n2 x d2

2º Par: n3 x d3 = n4 x d4

Multiplicando termo a termo, virá

n1 x d1 x d3 = n4 x d2 x d4

Esta expressão mostra-nos que são iguais os produtos que se obtêm multiplicando o número de rotações do 1º tambor mandante e do último tambor mandado pelos produtos dos diâmetros dos tambores mandantes e dos tambores mandados.

Relação de Velocidades

No caso de transmissões múltiplas há que considerar as razões de transmissão entre cada par de tambores e, assim, será:

1º Par: i1 = d2 / d1

2º Par: i2 = d4 / d3

Se desejarmos a razão de transmissão total (entre o 1º tambor mandante e o último mandado) virá:

it = n1 / n4 = (d2 x d4) / (d1 x d3)

ou

$$it = d2/d1 \times d4/d3$$

donde resulta,

$$\boldsymbol{it = i1 \times i2}$$

Esta expressão leva-nos a concluir que a razão de transmissão total é igual ao produto das razões de transmissão de cada um dos pares de tambores.

TRANSMISSÃO DE MOVIMENTO POR RODAS DE FRICÇÃO

Quando a distância entre os eixos é pequena, podem utilizar-se rodas de fricção para transmissão do movimento por atrito entre os respetivos rastos (Figura 18).

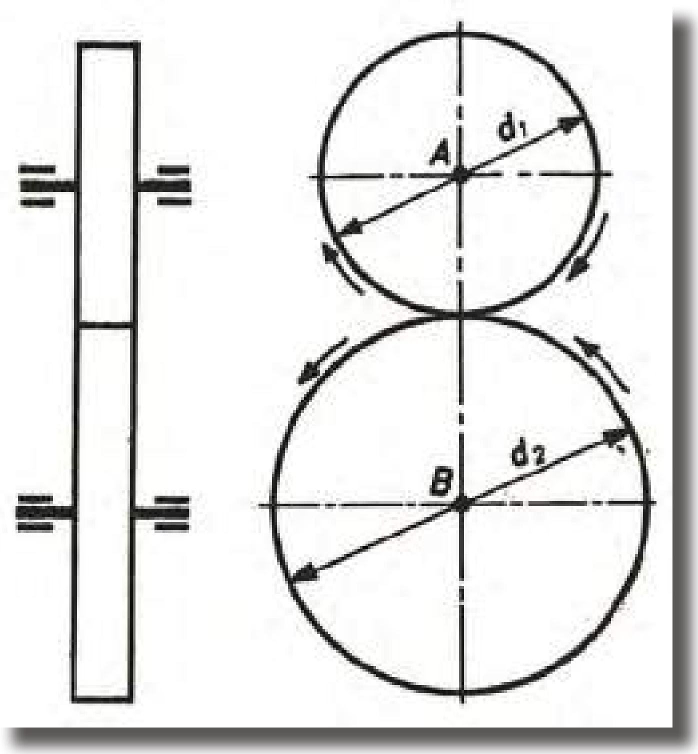


Figura 18 - Transmissão por rodas de fricção.

Se o esforço tangencial a transmitir for maior do que as forças de atrito dá-se o escorregamento. Para diminuir o escorregamento normalmente um dos veios é móvel, o que permite, por meio de molas ou pelo peso próprio, fazer o aperto de uma das rodas contra a outra.

Supondo, porém, que não há escorregamento, os pontos da periferia das duas rodas deslocam-se com a mesma velocidade e, portanto, será:

$$v1 = v2$$

$$\frac{\pi \times d1 \times n1}{60} = \frac{\pi \times d2 \times n2}{60}$$

Simplificando,

$$d1 \times n1 = d2 \times n2$$

Como já vimos, a relação de transmissão será dada por:

$$i = n1 / n2$$

ou

$$i = d2 / d1$$

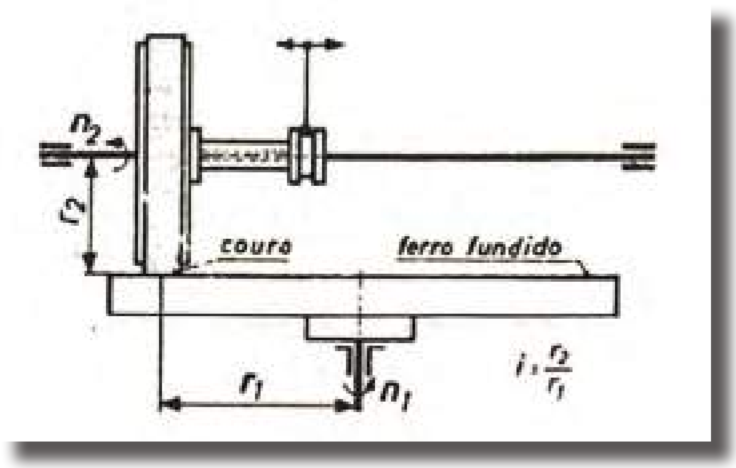


Figura 19 - Rodas de fricção com variação de velocidade.

Na figura 19 está representada uma transmissão em que é possível fazer a variação de velocidade por deslocamento longitudinal da roda mandada ao longo do veio. Quanto maior for r1 maior será a velocidade angular do veio mandado.

Para aumentar o atrito entre as rodas constrói-se uma de ferro fundido e a outra de madeira, de borracha dura, de couro, etc.

Como é fácil de concluir as transmissões por rodas de fricção têm como inconvenientes não ser possível obter uma razão de transmissão constante e, além disso, não permitirem a transmissão de grandes esforços.

TRANSMISSÃO DE MOVIMENTO POR RODAS DENTADAS

Podem-se evitar os inconvenientes das rodas de fricção na transmissão de movimento entre veios a pequena distância utilizando rodas dentadas. Com elas conseguiremos uma razão de transmissão constante e já podem ser grandes os esforços a transmitir sem que haja escorregamento.

Na figura 20 a) está representada uma transmissão por rodas dentadas constituindo uma engrenagem. Em cada uma delas há a considerar três diâmetros: o exterior (de), o primitivo (d) e o interior (di).

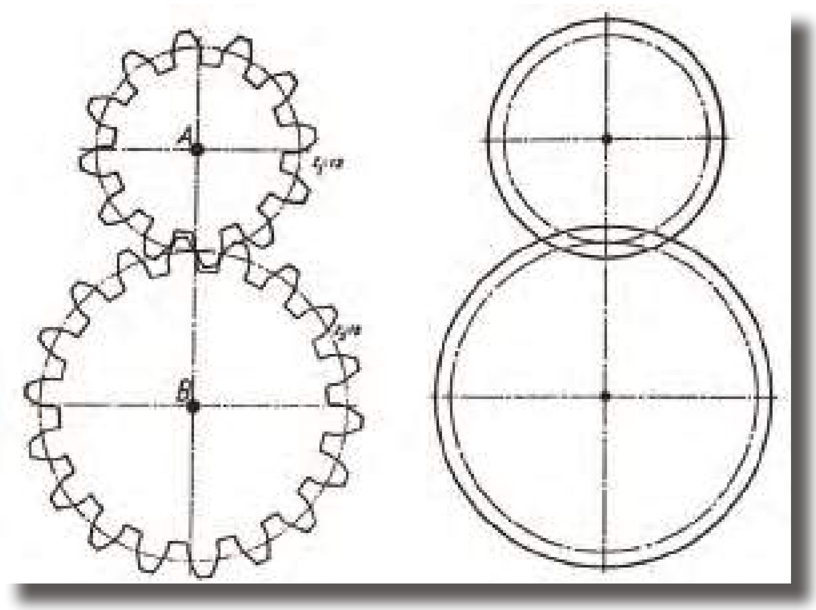


Figura 20 - a) Transmissão por rodas dentadas com 12 e 18 dentes;

b) Representação convencional com as circunferências exteriores e interiores.

Os diâmetros primitivos correspondem aos diâmetros de duas rodas de fricção que, montadas nos mesmos veios e admitindo não haver escorregamento, transmitiam o movimento com a mesma relação de velocidades angulares.

Representação Convencional

Aos três diâmetros mencionados correspondem três circunferências com o mesmo nome. Para uma mais fácil representação convencionou-se desenhá-las do seguinte modo: a exterior com traço contínuo, a primitiva com traço misto e a interior com traço interrompido.

Para maior simplificação é usual não representar a circunferência interior. Assim, na figura 20 b), as rodas estão representadas pelas circunferências exterior e primitiva.

Passo de uma Roda Dentada

Chama-se passo de uma roda dentada ao comprimento do arco da circunferência primitiva que vai do princípio de um dente ao princípio do dente seguinte (Figura 21).

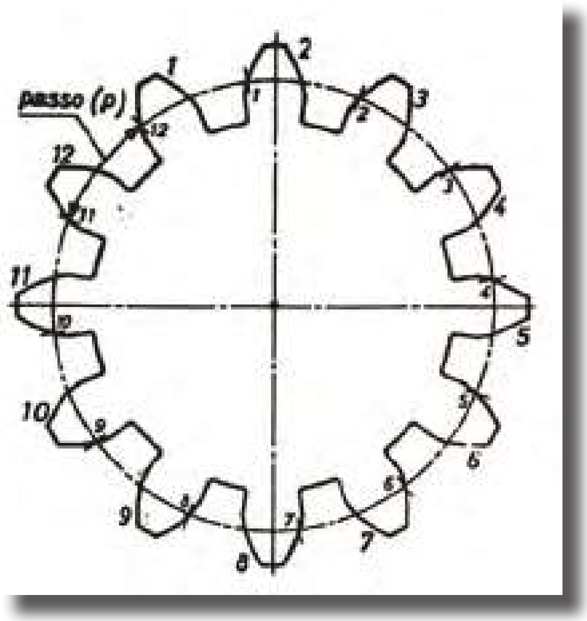


Figura 21 - Passo de uma roda dentada.

Da observação da figura fácil é concluir que há tantos passos quanto o número de dentes (z) e, por isso, o perímetro da circunferência primitiva é igual ao passo vezes o número de dentes. Ou seja,

$$p = \frac{\pi \times d}{z}$$

em que

d - mm

p - mm

Como vemos o cálculo do passo depende do número de π, nunca sendo o passo um número exato pois o resultado depende da maior ou menor aproximação de π.

Módulo

Para evitar esse inconveniente do passo foi necessário basear o cálculo das dimensões das rodas dentadas numa outra grandeza chamada módulo.

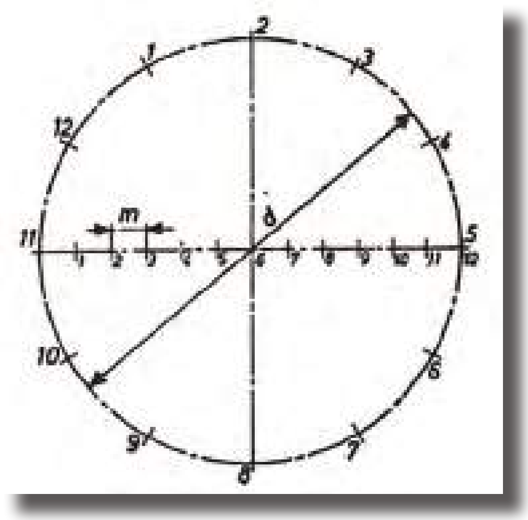


Figura 22 - Módulo de uma roda dentada.

Chama-se módulo ao valor que se obtém dividindo o diâmetro primitivo {d) pelo número de dentes (z).

De acordo com a definição o diâmetro primitivo é igual ao módulo vezes o número de dentes:

$$d = m \times z$$

O módulo exprime-se sempre em milímetros e dada a sua importância para o cálculo dos restantes elementos de uma roda dentada os valores que pode tomar encontram-se normalizados. A tabela seguinte dá-nos apenas os valores de 1 a 12 milímetros.

VALORES EM MM					
1	2	3	4	6	9
1,25	2,25	3,25	4,5	6,5	10
1,5	2,5	3,5	5	7	11
1,75	2,75	3,75	5,5	8	12

Tabela 1 - Valores para o módulo.

Relacionando as expressões que nos dão o passo e o módulo virá:

$$p = \pi \times m$$

Perfil dos Dentes

Para que o movimento se transmita uniformemente de uma roda à outra e sem atrito foi necessário estudar cuidadosamente a forma dos dentes, de modo a dar-lhes o perfil conveniente. Desta maneira se obterá uma transmissão suave. O perfil universalmente utilizado é o da envolvente da circunferência.

A evolvente é a curva que se obtém ao desenrolar um fio, mantendo-o esticado, estando uma das extremidades fixa à circunferência. A circunferência sobre a qual se supôs inicialmente enrolado o fio chama-se circunferência geradora.

As fresas para abrir os dentes têm também o perfil de envolvente e a utilização deste perfil permite o engrenamento de quaisquer rodas com o mesmo módulo.

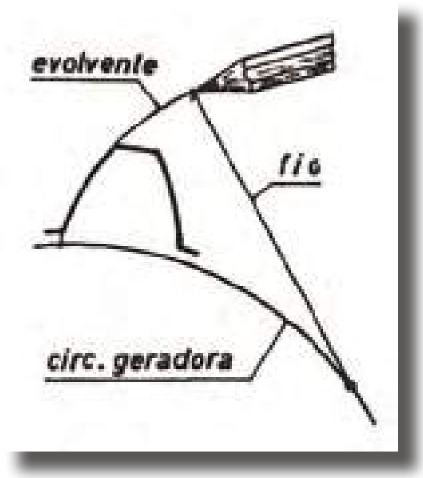


Figura 23 - Dente com perfil de evolvente.

Dimensões Fundamentais

Na figura 24 está representada parte de uma roda cilíndrica de dentes retos, isto é, de dentes abertos paralelamente ao eixo da roda. Deixaremos para mais tarde o estudo das rodas com dentes helicoidais e das rodas cónicas.

Sendo conhecidos o módulo e o número de dentes é fácil determinar as dimensões mais importantes :

Passo: $p = \pi \times m$

Altura da cabeça: $h' = m$

Altura de pé: $h = 1{,}15 \times m$

Diâmetro primitivo: $d = m \times z$

Diâmetro exterior: $de = d + 2 \times h' = m \times (z+2)$

Diâmetro interior: $di = d - 2{,}3 \times m$

Largura: b - de 6 a $10 \times m$

Espessura e intervalo: $e = i = p / 2$

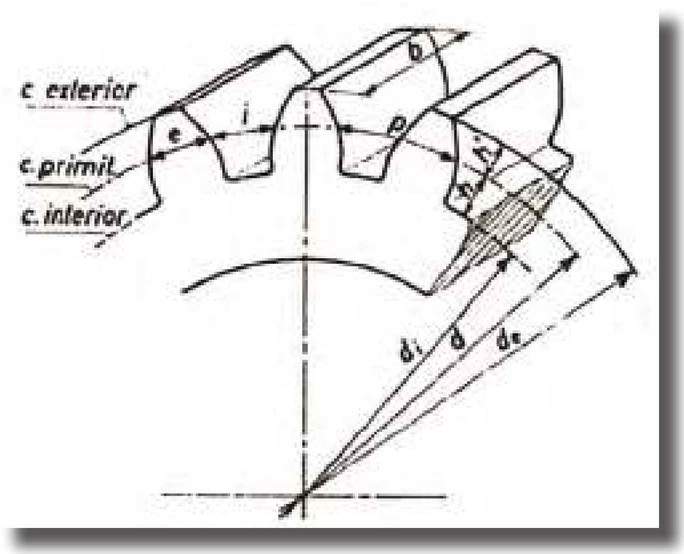


Figura 24 - Roda cilíndrica de dentes retos.

Transmissão de Movimento

Vimos já na figura 20 duas rodas dentadas para transmissão de movimento entre dois veios por meio de contacto direto dos respetivos dentes. Essa engrenagem está agora representada simplificadamente na figura 25.

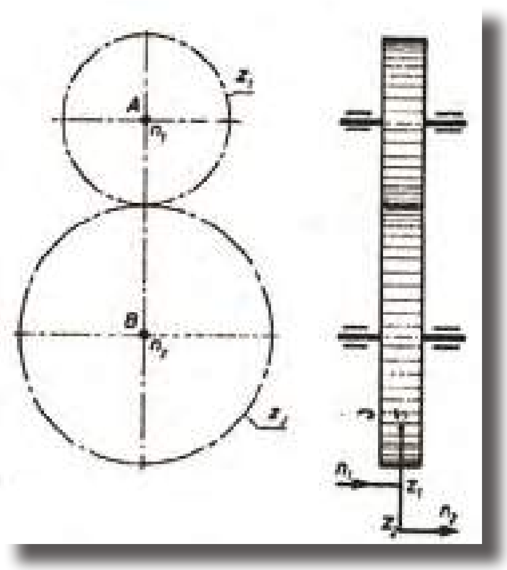


Figura 25 - Transmissão com um par de rodas.

1. Condições de engreno: Para que as duas rodas engrenem corretamente é necessário que sejam do mesmo módulo, o que corresponde a terem o mesmo passo, e ainda serem tangentes as circunferências primitivas;

2. Equação de transmissão: Como não pode haver escorregamento, os pontos das circunferências primitivas deslocam-se com a mesma velocidade (v1 = v2) e, por isso, será:

$$d1 \times n1 = d2 \times n2$$

Como d1 = m x z1 e d2 = m x z2, virá:

$$n1 \times z1 = n2 \times z2$$

o que nos mostra serem iguais os produtos que se obtêm multiplicando os números dos dentes das rodas mandante e mandada pelas respetivas velocidades angulares.

As duas expressões anteriores podiam também escrever-se do modo seguinte:

$$n1 / n2 = d2 / n1$$

ou

$$n1 / n2 = z2 / z1$$

donde se conclui serem as velocidades angu/ares inversamente proporcionais aos respetivos diâmetros primitivos ou número de dentes.

Relação de Velocidades

Identicamente ao estudado nas transmissões por correias a relação de velocidades é definida pela razão de transmissão (i) que será:

i = n1 / n2

i = d2 / d1

i = z2 / z1

Distância Entre Eixos

É igual à soma dos raios primitivos ou à semi-soma dos diâmetros primitivos:

$$E = \frac{d1 + d2}{2}$$

TRANSFORMAÇÃO DE MOVIMENTO CIRCULAR EM MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO RETILÍNEO CONTÍNUO

Estudámos até agora as possibilidades de modificação de movimentos circulares no que respeita à velocidade angular e sentido de rotação. Porém, em muitas máquinas e particularmente nas máquinas ferramentas, há necessidade de transformar o movimento de rotação em movimento de translação retilíneo contínuo para se obterem avanços da ferramenta ou deslocamentos da peça a trabalhar.

Os mecanismos mais utilizados para essa transformação de movimento são dois: roda e cremalheira e parafuso e porca.

Roda e Cremalheira

Este par cinemático é constituído por uma roda dentada que engrena com uma peça prismática, cremalheira, cujos dentes têm o mesmo passo e um perfil correspondente aos da roda (Figura 26). A cremalheira pode considerar-se como sendo uma roda de raio infinito em que a circunferência primitiva se transforma numa linha reta, a linha primitiva.

Conforme o eixo da roda é fixo ou não, assim o movimento produzido será diferente. Vejamos como:

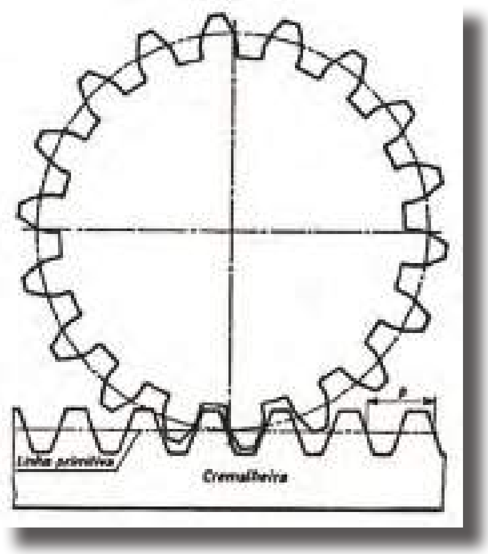


Figura 26 - Roda e cremalheira.

Eixo da Roda Fixo

Se a roda for mandante, o seu movimento de rotação obriga a cremalheira a deslocar-se com movimento retilíneo, o que sucede quando damos avanço à broca da máquina de furar. Se pelo contrário é a cremalheira que transmite o movimento, haverá transformação de movimento retilíneo em circular (Figura 27 a).

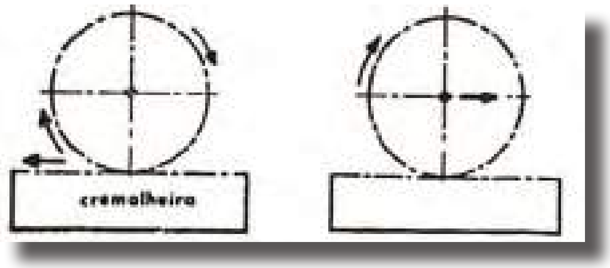


Figura 27 - a) Eixo fixo e transformação   de movimento   circular   em retilíneo;
b) Cremalheira fixa, movimento retilíneo do eixo.

Estes dois casos mostram-nos que este mecanismo é reversível.

Eixo Móvel

Neste caso, como acontece quando se faz o deslocamento manual do carro do torno, a cremalheira está fixa e o movimento de rotação da roda provoca o seu deslocamento ao longo da cremalheira, tendo o eixo movimento retilíneo (Figura 27 b)).

É um movimento semelhante ao duma bicicleta em que a cremalheira é a estrada e a roda dentada a roda da bicicleta.

Deslocamento e Relação de Velocidades

Por cada rotação da roda a cremalheira (ou o eixo da roda) desloca-se um comprimento igual ao perímetro da circunferência primitiva da roda:

$$\boldsymbol{e} = \pi\, \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{d}$$

ou

$$\boldsymbol{e} = \pi \times m \times z$$

Conhecida a velocidade angular da roda, podemos calcular a velocidade com que esse deslocamento se faz :

$$\boldsymbol{v} = \pi \times m \times z \times n$$

em que

n - rot/min

v - mm/min

Na figura 28 estão representados os processos utilizados para se conseguir o avanço manual e mecânico da broca de uma máquina de furar. O avanço mecânico é feito por meio de um sem-fim que recebe movimento do veio principal e engrena com uma roda montada no mesmo veio do comando manual.

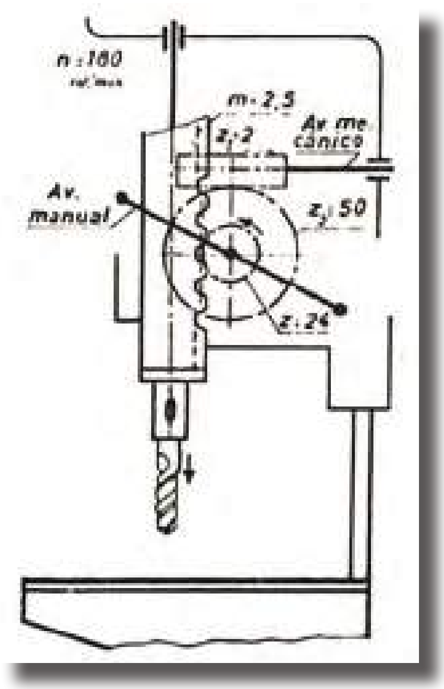


Figura 28 - Avanços manual e mecânico da broca de uma máquina de furar.

Parafuso e Porca

Este par cinemático também destinado a transformar o movimento de rotação em movimento de translação é constituído por um varão roscado, parafuso ou fuso, apoiado nas extremidades, e no qual está montada uma porca cujo furo é roscado com o mesmo passo.

Normalmente o fuso tem movimento de rotação transmitindo à porca, impedida de girar, movimento de translação. Deste modo se consegue deslocar o carro do torno para roscar ou se faz o penetramento do seu ferro de corte.

Noutros casos a porca é fixa e o parafuso, livre nas extremidades, tem ao mesmo tempo movimento de rotação e de translação ao longo do eixo, como sucede, por exemplo no micrómetro.

0 1º caso é o que mais nos interessa. Por cada volta do parafuso a porca e a peça com ela solidária têm um deslocamento igual ao passo da rosca do parafuso.

TRANSFORMAÇÃO DE MOVIMENTO CIRCULAR EM MOVIMENTO RETILÍNEO ALTERNATIVO

Os dois mecanismos usados para esta transformação de movimento são: biela-manivela e braço oscilante-manivela.

Sistema Biela-Manivela

É constituído por uma manivela com movimento de rotação, cujo cubo está chavetado no veio, estando a outra extremidade articulada na cabeça da biela. O pé da biela está por sua vez ligado à corrediça ou cruzeta que se desloca, guiada, com movimento retilíneo alternativo, como mostra a figura 29.

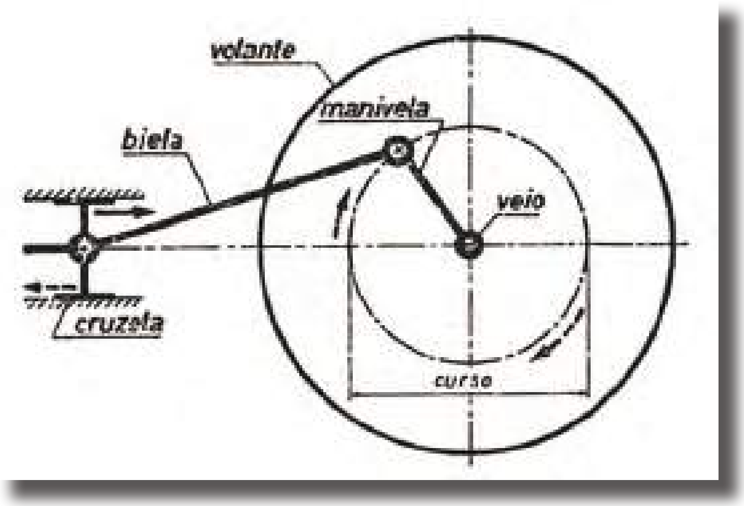


Figura 29 - Sistema biela-manivela.

Se o mecanismo recebe movimento do veio (caso das bombas de êmbolo, compressores, serrote mecânico, etc.) obtém-se movimento retilíneo alternativo, fazendo a cruzeta dois cursos (ida e volta) por cada rotação do veio.

Quando é a cruzeta que transmite o movimento (caso das máquinas a vapor, motores de explosão ou combustão, etc.) consegue-se movimento de rotação da manivela e, consequentemente, do veio.

Como vemos este mecanismo é reversível.

Para que o movimento circular seja o mais uniforme, possível é usual montar no veio um volante. Este tem também a finalidade de vencer os pontos mortos, que correspondem às posições extremas da cruzeta e nos aparecem quando esta é mandante.

Embora o movimento circular seja praticamente uniforme a velocidade do movimento retilíneo varia, partindo do valor zero, no inicio de cada curso, vai aumentando até atingir um valor máximo, para, em seguida, diminuir até se anular no fim do curso.

O caminho de ida ou volta é igual a duas vezes o comprimento do braço da manivela.

Braço Oscilante-Manivela

Este mecanismo, aplicado a um limador é constituído por um braço que oscila em torno do eixo O, com a outra extremidade articulada no cabeçote do limador. O braço oscilante recebe chavetada no veio motor, cujo comprimento se pode variar. A espiga da manivela está ligada a uma corrediça ou dado, que desliza ao longo de uma abertura do braço oscilante. Por este processo se consegue transmitir o movimento de rotação da manivela em movimento retilíneo de vai e vem da ferramenta de corte.

O curso (caminho correspondente ao avanço ou retrocesso da ferramenta) depende do comprimento da manivela. Quanto maior for esse comprimento, maior será o curso (Figura 30).

Para a mesma velocidade angular da manivela a duração do curso depende do comprimento da manivela ou da relação existente entre os ângulos α e β. Assim, na figura 30, o tempo destinado ao avanço é duplo do que demora a ferramenta a retroceder à posição inicial, pois α = 2 x β (240° = 2 x 120°). Se a manivela der 20 rot/min, cada rotação demora 3 s, sendo 2 s para o avanço e 1 s para o recuo. O tempo de recuo é sempre menor que o do avanço.

Velocidade de Corte

Calcula-se dividindo o comprimento do curso pelo tempo que demora o avanço.

É uma velocidade média pois a velocidade de avanço varia ao longo do curso (Figura 30). Partindo de zero atinge o valor máximo a meio do curso, voltando a zero quando se faz a inversão do sentido do movimento. O mesmo sucede no retrocesso da ferramenta mas como este é de menor duração tanto a velocidade média como a máxima são maiores que durante o avanço.

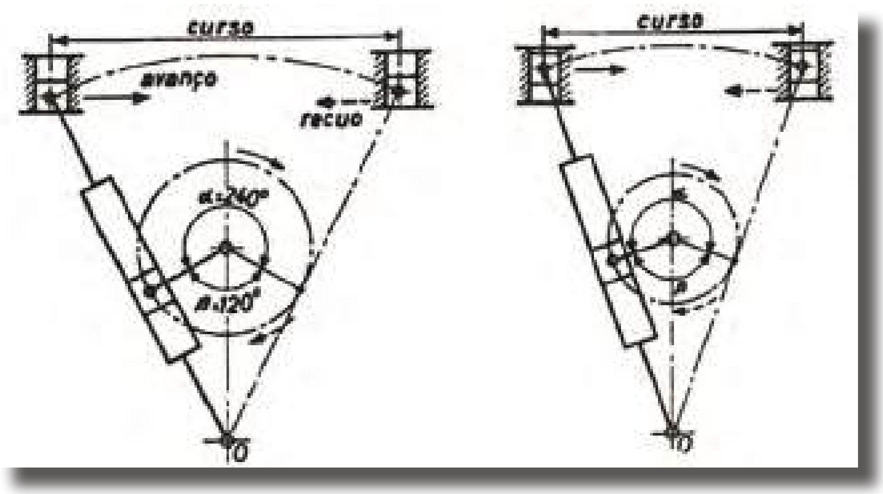


Figura 30 - a) Movimento de avanço c recuo, da ferramenta. As posições extremas correspondem às tangentes à circunferência descrita pelo eixo da espiga da manivela; b) Diminuindo o comprimento da manivela o curso é menor, (α < 240° e β > 120°). Notar que a extremidade do braço, com movimento de rotação, vai ficando a alturas   variáveis.

Cálculo das Velocidades Máximas de Avanço e Recuo

Estas velocidades estão dependentes da velocidade com que se desloca a espiga ou pino da manivela, da distância entre eixos e dos comprimentos do braço oscilante e da manivela da figura 31. A velocidade do pino da manivela depende da sua velocidade angular (n) e do seu comprimento (r) e será :

$$v = \pi \times 2 \times r \times n$$

Dos triângulos retângulos semelhantes com catetos $V_{a\ Max}$ = e V é fácil deduzir que:

$$V_{a\ máx} = V \times \frac{l}{E + r}$$

para a velocidade máxima do recuo ($V_{r\ Max}$) teríamos também dois triângulos semelhantes, ficando:

$$V_{r\ máx} = V \times \frac{l}{E - r}$$

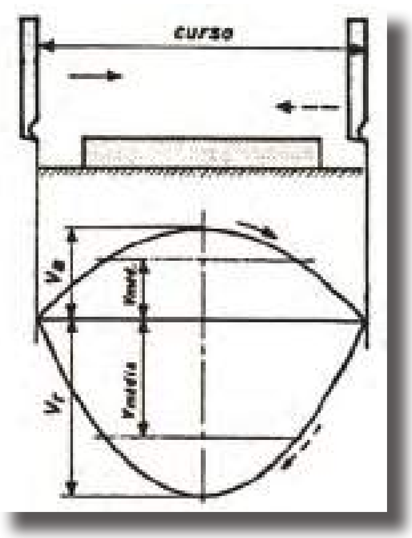


Figura 31 - Variação da velocidade durante o avanço e recuo da ferramenta.

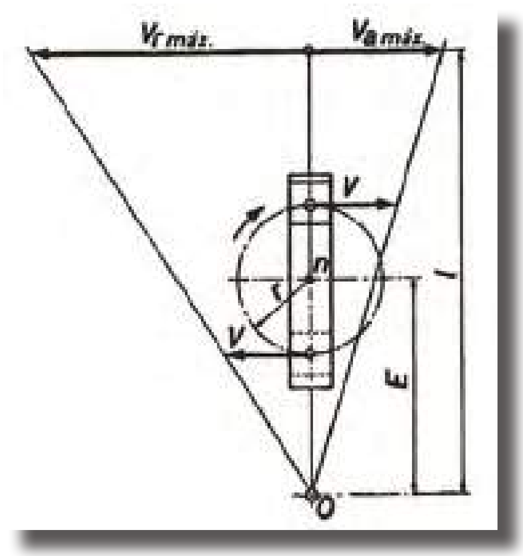


Figura 32 - Velocidades máximas de avanço e recuo.

Cálculo do Comprimento do Curso e Sua Duração no Avanço e Recuo

Sendo conhecidos E e r, é fácil determinar os ângulos α e β. Da figura 33 conclui-se que

$$\cos \beta / 2 = r / E$$

Para o curso (c) teremos a partir dos dois triângulos retângulos semelhantes:

$$c = 2 \times \frac{r \times l}{E}$$

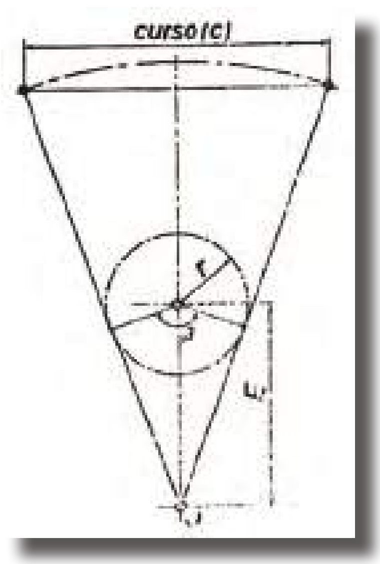


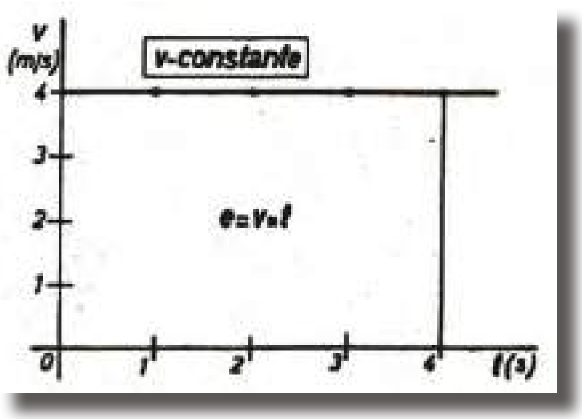
Figura 33 - Cálculo dos ângulos α e β.

EXERCÍCIO TEÓRICOS

EXERCÍCIO 1. Tenha em conta a figura seguinte. Calcular:

a. O caminho percorrido;

b. O valor numérico da área do retângulo.

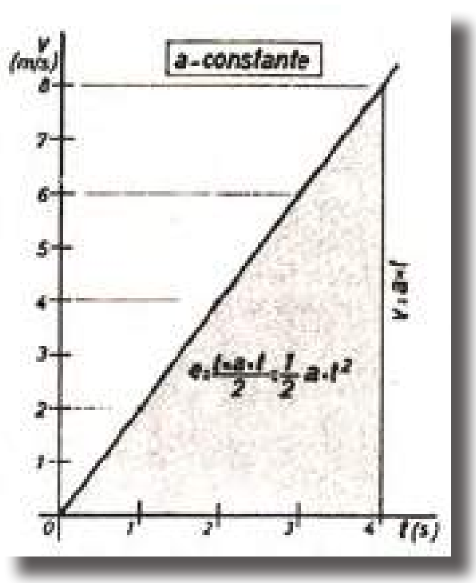


EXERCÍCIO 2. Para a figura seguinte, calcular ao fim de 4 s:

a. A velocidade média;

b. O caminho percorrido;

c. O valor numérico da área do triângulo.



EXERCÍCIO 3. Um automóvel percorreu a distancia de 112 km em 1h e 45 min. Calcular a sua velocidade média em km/h.

EXERCÍCIO 4. Um veículo parte do repouso e atinge ao fim de 1 min a velocidade de 21,6 km/h em movimento uniformemente acelerado. Determinar:

a. O valor da velocidade em m/s;

b. A aceleração;

c. O caminho percorrido até atingir essa velocidade.

EXERCÍCIO 5. Partindo do repouso, um corpo fica animado de movimento uniformemente acelerado com a aceleração de 1,5 m/s^2. Calcular:

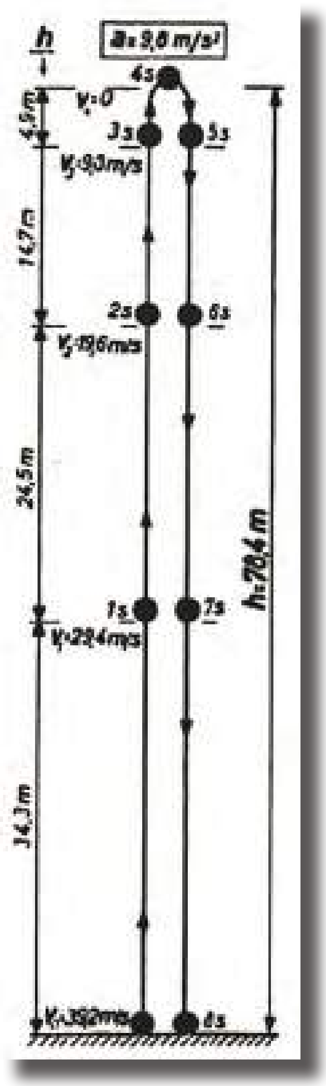
a. A velocidade atingida ao fim de 45 min;

b. O tempo que demorou a percorrer essa distância.

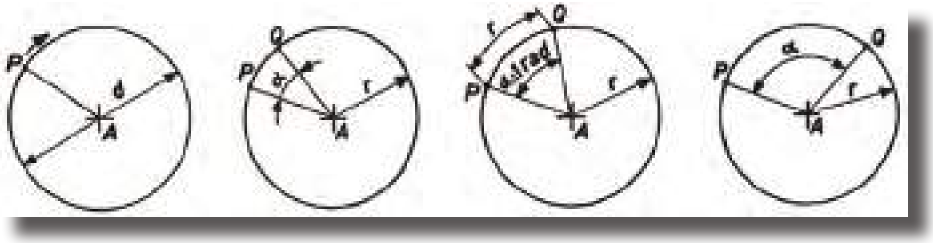
EXERCÍCIO 6. Na figura está representado o movimento que tomaria um corpo lançado na vertical (lado esquerdo) com a velocidade de 39 m/s. Ao fim de 4 s o corpo atingirá a altura de 78,4 m, iniciando-se então a queda (lado direito). O corpo atingirá o solo com a mesma velocidade demorando a queda o mesmo tempo que a subida. Suponde que em queda livre o corpo atinge o solo em 6 s, calcular:

a. A velocidade com que chega ao solo;

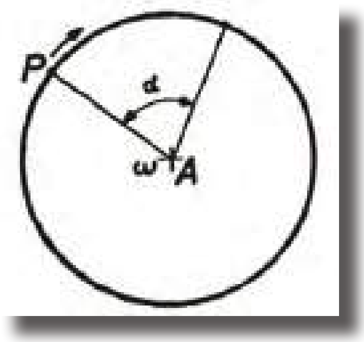
b. A altura da queda.



EXERCÍCIO 7. Calcular em rad/s a velocidade angular do ponto P, sabendo que dá 300 rotações por minutos.



EXERCÍCIO 8. Calcular a velocidade com que se desloca o ponto P da figura, sabendo que a sua trajetória tem 0,20 m de diâmetro e dá 300 rotações por minuto.



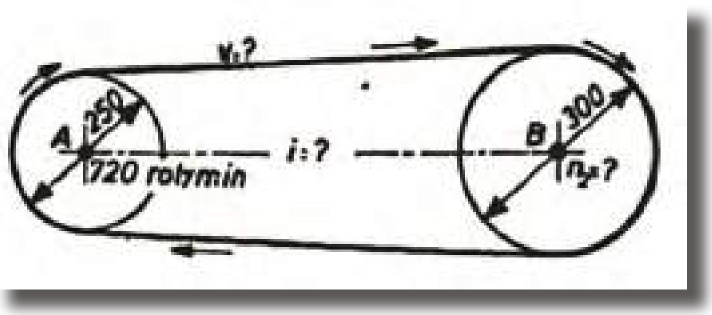
EXERCÍCIO 9. Um ponto de periferia de um tambor com 200 mm de diâmetro tem uma velocidade de 3,14 m/s. Qual será a sua velocidade angular:

a. Em rad/s;
b. Em rot/min.

EXERCÍCIO 10. Calcular a velocidade angular que deve ter uma peça montada num torno, com 80 mm de diâmetro, para uma velocidade de corte de 25 m/min.

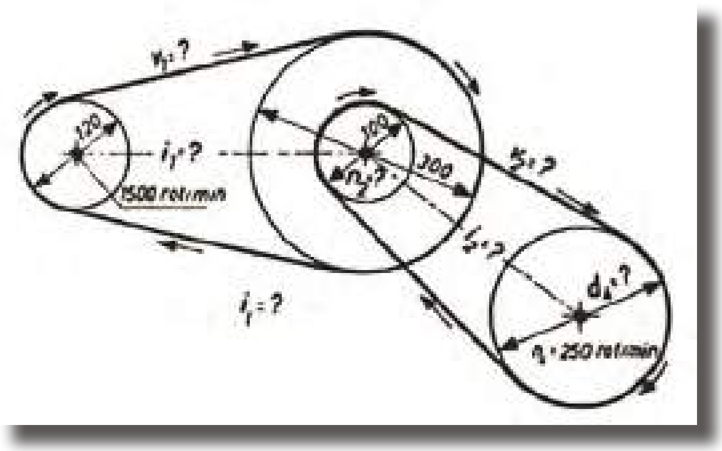
EXERCÍCIO 11. Relativamente à transmissão representada na figura e supondo que não há escorregamento, calcular:

a. o número de rotações por minuto do tambor mandado;
b. a razão de transmissão;
c. a velocidade com que se desloca a correia.



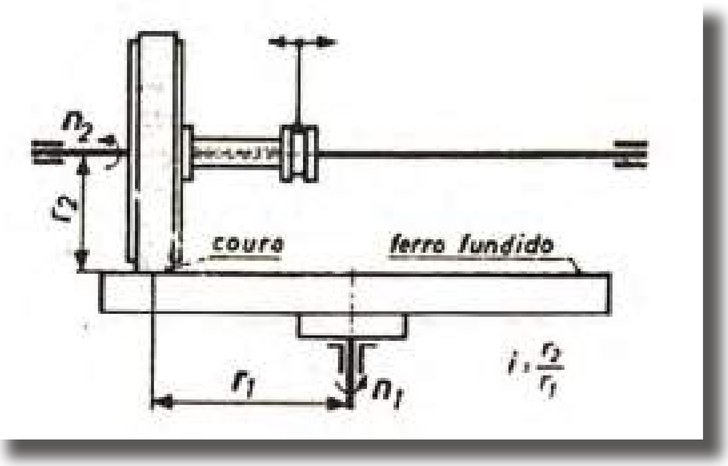
EXERCÍCIO 12. Na figura está representada uma transmissão dupla. De acordo com os dados nela indicados e supondo que não há escorregamento das correias, calcular:

a. O diâmetro d4 do tambor a montar no veio da máquina;
b. a velocidade de cada uma das correias;
c. as razões de transmissão de cada par e a total;
d. a velocidade angular do veio intermédio em rad/s e rot/min.



EXERCÍCIO 13. Para a figura seguinte sabe-se que r1 = 210 mm e r2 = 120 mm. Sendo n1 = 100 rot/min, calcule:

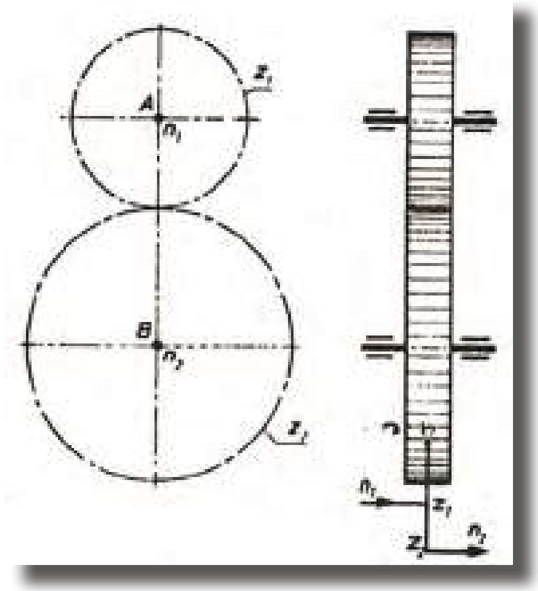
a. A velocidade angular do veio mandado sendo nulo o escorregamento;
b. A velocidade do mesmo veio para um escorregamento de 4%;
c. O valor a dar a r1 para se corrigir o efeito do escorregamento.



EXERCÍCIO 14. Calcular os dados mais importantes de ma roda dentada com 25 dentes e módulo 4.

EXERCÍCIO 15. Relativamente à figura seguinte, sabe-se que a roda mandante, de módulo 3, tem 32 dentes e dá 180 rot/min. A roda mandada tem 40 dentes. Calcular:

a. A velocidade angular da roda mandada;
b. O passo desta roda;
c. A razão da transmissão;
d. Os diâmetros primitivos;
e. A distância entre os eixos.

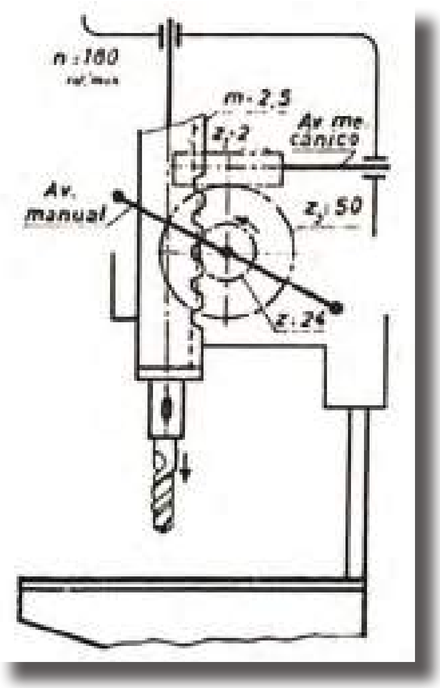


EXERCÍCIO 16. Uma roda com 32 dentes e módulo 7,25 engrena com uma cremalheira. Calcular:

a. O deslocamento da cremalheira ao fim de 2 voltas da roda;
b. A velocidade do deslocamento quando for n = 3 rot/min.

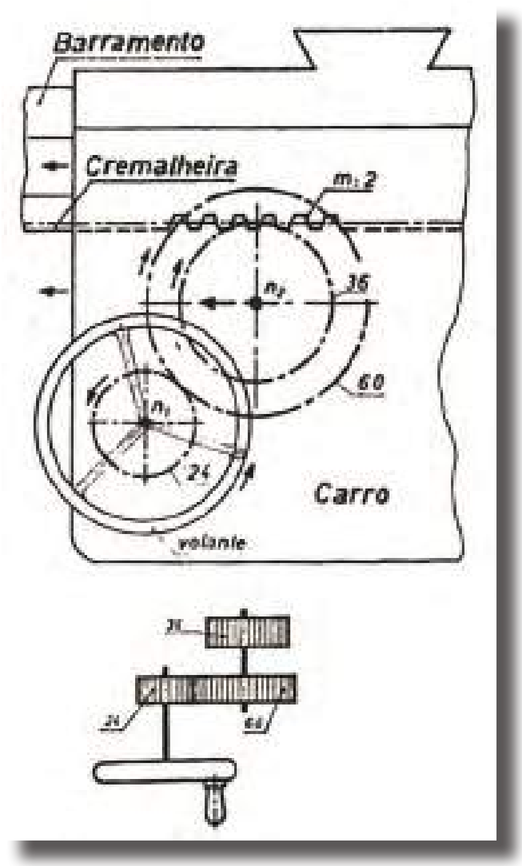
EXERCÍCIO 17. Tendo em conta a máquina de furar da figura seguinte, calcular:

a. O avanço da broca por cada volta da alavanca de comando manual;
b. A velocidade de avanço mecânico sabendo que o sem-fim dá 6 rot/min;
c. A velocidade de corte supondo que o diâmetro da broca é 16 mm;
d. O avanço por cada rotação da broca, com comando mecânico.



EXERCÍCIO 18. Na figura seguinte está representado o sistema utilizado para deslocamento manual do carro de um torno. O movimento de rotação dado ao punho transforma-se em movimento de translação do carro, que se desloca apoiado na guia da bancada. De acordo com os dados, calcular:

a. O deslocamento ao fim de 5 voltas do punho;
b. A razão da transmissão das duas rodas;
c. A distância entre eixos, supondo que as rodas são todas do módulo 2.



EXERCÍCIO 19. O carro de um torno desloca-se por meio do fuso que tem 8 mm de passo e dá 90 rot/min; calcular:

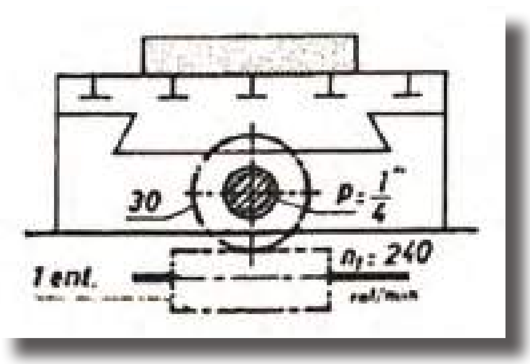
a. O deslocamento ao fim de um minuto;
b. A velocidade do carro em m/s.

EXERCÍCIO 20. O carro de um torno desfoca-se por meio de um fuso com 6 mm de passo, à velocidade de 0,75 m/min. Calcular a velocidade angular do fuso em rot/min.

EXERCÍCIO 21. Na figura seguinte está representada a maneira de deslocar mecanicamente a mesa de uma fresadora. Um sem-fim engrena com uma roda montada numa das extremidades de um fuso, apoiado nas extremidades, no qual está enroscada uma porca solidária com a mesa. Deste modo o movimento de rotação do sem-fim vai transformar-se em movimento de translação retilíneo da peça.

Com os dados da figura, determinar:

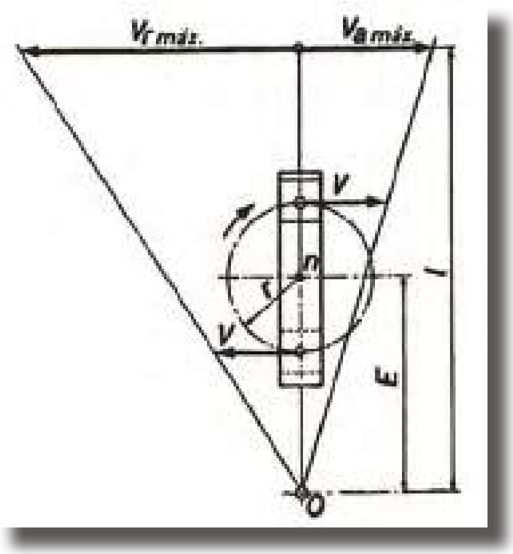
a. O deslocamento da peça para 6 voltas da roda;
b. A velocidade angular da roda para nx =240 rot/min;
c. A velocidade com que a peça se desloca em mm/min.



EXERCÍCIO 22. Numa transmissão com um parafuso sem-fim de 4 entradas a roda dá 80 rot/min e o parafuso 960 rot/min. Calcular:

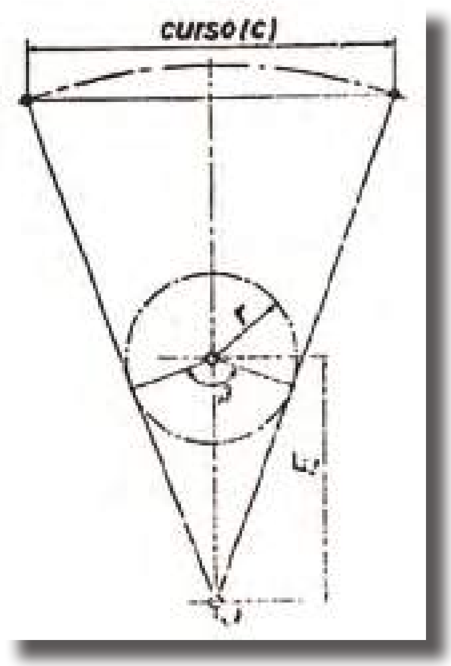
a. O número de dentes da roda;
b. A razão de transmissão.

EXERCÍCIO 23. Sendo n = 10 rot/min, r = 0,2 m, E = 0,6 m e l = 1,2 m, calcular as velocidades do pino da manivela e as velocidades máximas.



EXERCÍCIO 24. Tendo em conta os dados do problema anterior, calcular:

a. Os ângulos α e β;
b. A duração do avanço e do recuo;
c. O comprimento do curso;
d. A velocidade de corte.



DINÂMICA

Como já sabemos nesta parte da Mecânica vamos estudar as relações existentes entre as forças e os movimentos que elas produzem.

FORÇAS PASSIVAS

Nos capítulos anteriores chamámos já a atenção, na resolução de alguns problemas, para o facto de se considerarem desprezáveis o atrito e outras forças que se opõem ao movimento dos corpos, tais como: resistência ao rolamento, choques, resistência do ar, vibrações. Estas forças são designadas por resistências passivas e como elas dificultam o movimento procura-se atenuá-las o mais possível. De entre elas vamos a seguir estudar resumidamente, a resistência ao escorregamento ou atrito e a resistência ao rolamento, pois são estas as mais importantes quando há contacto entre dois corpos.

RESISTÊNCIA AO ESCORREGAMENTO OU ATRITO

Suponhamos que um bloco metálico A foi colocado sobre uma superfície horizontal D. O seu peso é equilibrado pela reação de D sobre a A (Figura 1 a)).

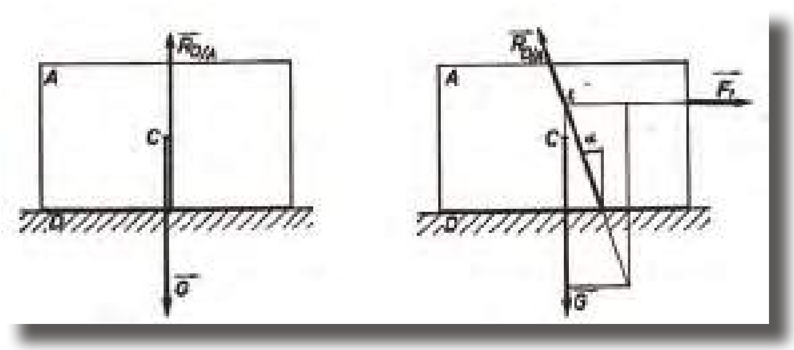


Figura 1 - a) Ação e reação; b) Aderência.

Se, porém, desejarmos deslocá-lo é necessário aplicar-lhe uma força horizontal para conseguir vencer as forças que se desenvolvem entre as superfícies em contacto (Figura 1 b)).

Pode suceder que a força aplicada não seja suficiente para o deslocar, havendo aderência do corpo A sobre D. O peso e a força aplicada são agora

equilibradas pela reação R_{DA} que passa pelo ponto L, onde se cruzam as suas linhas de ação, estando na figura indicada, a traço fino, a maneira como s e determina. A a dá-se o nome de ângulo de aderência.

Aumentando gradualmente a intensidade da força verifica-se que, a partir de um certo valor, o corpo A começa a deslizar. Suponhamos que é F a intensidade da força nesse momento (Figura 2).

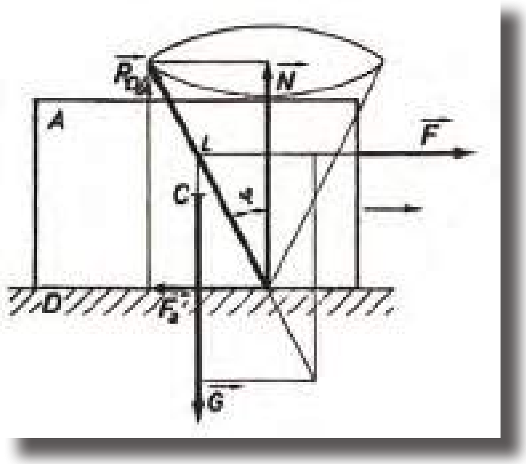


Figura 2 - Força de atrito.

A força F e o peso G têm como equilibrante R_{DA}, que já sabemos calcular.

Esta força pode decompor-se em duas, uma normal à superfície e a outra paralela. A componente normal N é equilibrada pelo peso. Fa é a componente que se opõe ao movimento sendo designada por resistência ao escorregamento ou força de atrito, cuja grandeza é igual a F.

A ϕ dá-se o nome de ângulo de atrito (limite do ângulo de aderência). Ao cone de revolução representado na figura dá-se o nome de cone de atrito e não há escorregamento sempre que R_{DA} fique situada no seu interior.

À tangente de ϕ dá-se o nome de coeficiente de atrito (símbolo f) e será f = tg ϕ. Da figura virá :

$$tg\ \phi = F_a / N$$

ou

$$f = F_a / N$$

Leis do Atrito

as leis a seguir enunciadas são conclusões a que chegaram Coulomb e Morin ao fim de muitas experiências e, para duas superfícies secas em contacto, podem ser assim resumidas:

- A força do atrito (Fa) é independente da área em contacto e proporcional à força normal;
- O valor do coeficiente de atrito depende apenas da natureza dos corpos em contacto e do estado mais ou menos rugoso das suas superfícies, tendo um valor constante independente da velocidade de deslizamento, desde que esta não ultrapasse certos valores.

Valores do Coeficiente do Atrito

Verifica-se experimentalmente que para pôr o corpo em movimento é necessário uma força maior do que aquela que mantém o corpo em movimento uniforme. Isso é devido ao facto de a força de atrito no arranque (força de atrito estático) ser maior do que a força de atrito durante o movimento (força de atrito dinâmico).

Deste modo teremos também para cada dois corpos em contacto dois coeficientes de atrito. Indicam-se a seguir alguns valores médios.

O ângulo de atrito dinâmico dá-nos também a inclinação que deveria ter o plano D da figura 1 a), para que o corpo A deslizasse ao longo dele devido à ação do próprio peso com movimento uniforme.

Chama-se a atenção para os dois últimos valores incluídos na tabela. Já não se trata de materiais em contacto a seco, mas sim com interposição de um fluído, uma pequena camada de água no caso do aço sobre o gelo (exemplo : patinagem sobre o gelo), ou uma película de óleo no caso do ferro fundido. Para uma mesma força normal a diminuição do coeficiente de atrito corresponde a uma menor força de atrito e, consequentemente, a uma menor força necessária para deslocar o corpo.

Superfícies polidas e a escolha criteriosa dos materiais a utilizar (ligas antifrição, etc.), com uma boa lubrificação, concorrem para a diminuição do atrito, o que é vantajoso.

Materiais em contacto a seco	Atrito estático		Atrito dinâmico	
	f	φ	f	φ
Metal sobre metal	0,15 a 0,25	8 a 14°	cerca de 0,1	cerca de 6°
Metal sobre madeira	0,4 a 0,6	22 a 31°	0,3 a 0,5	17 a 27°
Couro sobre madeira	0,5 a 0,6	27 a 31°	0,3 a 0,5	17 a 27°
Couro sobre metal	0,3 a 0,5	17 a 27°	cerca de 0,3	cerca de 17°
Madeira sobre madeira	0,4 a 0,7	22 a 35°	cerca de 0,3	cerca de 17°
Pedra sobre pedra	0,6 a 0,7	31 a 35°	—	—
Aço sobre gelo	cerca de 0,03	cerca de 2°	0,015	1°
Ferro fundido sobre ferro fundido lubrificado	0,05	3°	—	—

Tabela 1 - Valores médios de coeficiente de atrito.

NECESSIDADE DE ATRITO

É conveniente salientar que o atrito é necessário pois só com ele se consegue caminhar, deslocar veículos (basta lembrar o caso do automóvel. Se a força transmitida às rodas motoras for superior à força do atrito as rodas patinam. É errado acelerar o motor neste caso. Deve fazer-se o contrário pois a força do atrito estático é maior que do atrito dinâmico), transmitir o movimento entre tambores aproveitando a aderência das correias, parar máquinas e veículos por aplicação de travões, etc.

RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO

Seja o cilindro A de raio r e peso G, colocado sobre uma superfície horizontal D, que desejamos fazer rolar por ação da força F, aplicada no eixo O (Figura 3). O peso do cilindro provoca uma deformação da superfície cuja grandeza depenes da dureza dos materiais em contacto. Para se calcular a intensidade da força que faz rolar o cilindro com movimento uniforme e, portanto, permite vencer a resistência ao rolamento F_{DA}, é necessário considerar dois momentos calculados em relação à geratriz que passa em H:

- O momento da resistência ao rolamento = G x d;
- O momento da força motora = F x l = F x r por ser l ≈ r.

Igualando os termos, teremos

$$F = G \times \frac{d}{r}$$

em que as unidades serão:

d - m

r - m

G - N

F - N

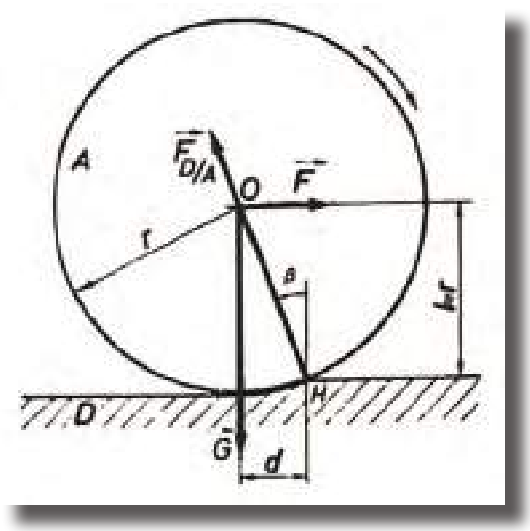


Figura 3 - Resistência ao rolamento.

A d dá-se o nome de coeficiente de resistência ao rolamento e, por ser um comprimento, exprime-se em metros. 0 seu valor, determinado por experiências, depende fundamentalmente do seguinte:

- Natureza dos materiais em contacto;
- Estado das superfícies;
- Carga suportada ;
- Velocidade de deslocamento.

Vejamos, em metros, alguns valores de d:

- Roda de vagão sobre carril seco: 0,0005 a 0,001;
- roda metálica sobre pavimento de cimento: 0,02;
- roda de automóvel sobre estrada alcatroada: 0,03;
- roda de madeira sobre madeira: 0,05 a 0,08.

Ao valor d/r dá-se o nome de coeficiente de tração.

Condição de Rolamento sem Escorregamento

Para que o cilindro role sem escorregar é necessário que o ângulo (3 seja inferior ao ângulo de atrito ϕ. É o que acontece normalmente pois F_{DA} fica sempre dentro do cone de atrito (Figura 3).

Como

$$tg\ \beta = d / r$$

e

$$tg\ \phi = f$$

podemos concluir que o cilindro rolará sem escorregar se o coeficiente de tração for menor que o coeficiente de atrito: $d / r < f$.

PRINCÍPIO DA INÉRCIA

Se observarmos o livro de Mecânica que se encontra à nossa frente constatamos que a sua posição não se alterará a não ser que sobre ele exerçamos uma força, isto é, o livro não abandonará por si só o estado de repouso em que se encontra.

Por outro lado se imaginarmos que lançamos sobre uma superfície polida horizontal uma esfera, ela deslocar-se-ia indefinidamente com velocidade constante, dependente do impulso inicial, admitindo que foram suprimidas todas as forças passivas tais como : resistência ao rolamento, resistência do ar, choques motivados pelas irregularidades da superfície da esfera e da horizontal, etc.

O sábio inglês Sir Isaac Newton (1624 - 1727) sintetizou observações idênticas na sua 1ª lei e que se pode enunciar do modo seguinte:

Nenhum corpo modifica por si só o estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme em que se encontra se nenhuma força atuar sobre ele.

Este princípio de inércia nos explica também com facilidade os movimentos que tomaria um passageiro dum autocarro, que não teve lugar sentado, quando o motorista arranca ou pára bruscamente.

A inércia, comum a todos os corpos materiais, define-se como a propriedade que esses corpos têm de resistir à modificação do estado de repouso ou movimento em que se encontram.

A massa e a inércia de um corpo são medidas na mesma unidade, o quilograma. Podemos até dizer que a massa é a medida quantitativa da inércia. Quanto maior for a massa maior será a inércia.

RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA

Pela 1ª lei de Newton vimos o que acontecia quando a um corpo não estava aplicada qualquer força. Mas que movimento tomará o corpo se lhe aplicarmos uma força?

Se essa força for constante, como acontece quando deixarmos cair um corpo, o movimento será uniformemente acelerado.

Várias experiências foram feitas para se determinar qual a relação existente entre a aceleração, a massa do corpo e a intensidade da força que lhe foi aplicada, chegando-se sempre à seguinte conclusão: Quando um corpo está submetido à ação de uma força constante, a aceleração produzida é diretamente proporcional à intensidade da força e inversamente proporcional à massa do corpo.

Este é também o enunciado da 2ª lei de Newton que nos permite escrever a relação fundamental da dinâmica:

$$F = m \times a$$

em que

m - kg

a - m/s^2

f - N

TRABALHO

Todos nós temos, através de observações correntes, a noção de trabalho mecânico. Vamos tornar mais precisa essa noção e aprender a calcular o trabalho realizado por uma força constante.

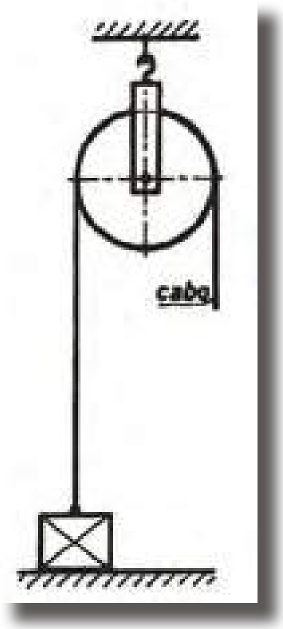


Figura 4 - Não há força nem deslocamento. O trabalho é nulo.

Suponhamos que pretendíamos elevar um corpo por meio de uma roldana (Figura 4). Enquanto não começarmos a puxar o cabo nenhum trabalho se realiza, nem o corpo se deslocará; não há força exercida nem deslocamento.

Se a força exercida no cabo for inferior ao peso do corpo apenas se conseguirá esticar o cabo. Nestas circunstâncias já temos força aplicada mas não houve ainda trabalho realizado, pois o corpo continua na mesma.

Se, porém, exercermos continuamente no cabo uma força F, maior do que o peso do corpo, este começa a subir (Figura 5) e realiza-se o trabalho que pretendíamos. Agora já temos força exercida, caminho percorrido e trabalho realizado.

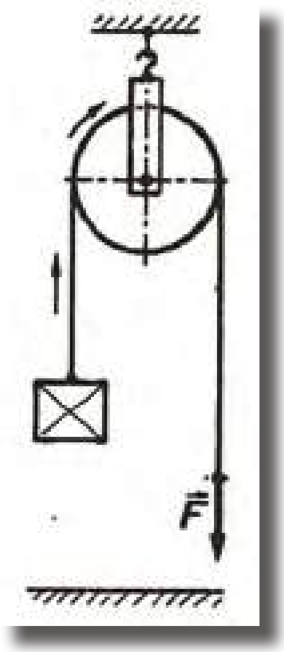


Figura 5 - Quando há força e deslocamento realiza-se trabalho.

Este exemplo permite-nos concluir que são necessários dois fatores (força e deslocamento do seu ponto de aplicação) para se produzir trabalho mecânico.

Vejamos agora como calcular esse trabalho.

Deslocamento Segundo a Linha de Ação da Força

Neste caso o trabalho realizado (símbolo W) calcula-se multiplicando a intensidade da força (F) pelo deslocamento do seu ponto de aplicação (e) (Figura 6).

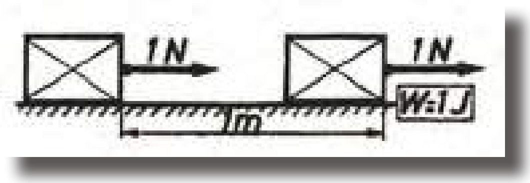


Figura 6 - Cálculo do trabalho.

$$W = F \times e$$

em que

F - N

e - m

W - J

O Deslocamento Não se Faz Segundo a Linha de Ação da Força

Para se calcular o trabalho neste caso é necessário decompor a força F segundo a direção do deslocamento do seu ponto de aplicação e segundo uma direção normal (Figura 7). Das componentes assim obtidas apenas F1 concorrerá para a realização do trabalho, pois F2 apenas tenderá a levantá-lo não concorrendo, por isso, para o seu deslocamento. Deste modo o trabalho será dado por:

$$W = F1 \times e$$

Como

$$F1 = F \times \cos \alpha,$$

teremos:

$$\boldsymbol{W = F \times e \times \cos \alpha,}$$

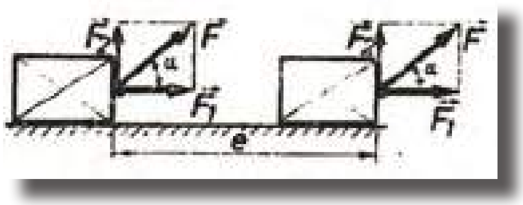


Figura 7 - Cálculo do trabalho.

Trabalho de Elevação Vertical ou Inclinada

Elevação Vertical

Se por meio de uma roldana pretendermos elevar um corpo até à altura h, posição 2 da figura 8, teremos de aplicar ao cabo uma força cuja intensidade é igual ao peso do corpo, supondo que podemos considerar desprezáveis as forças passivas.

Neste caso teríamos:

$$\boldsymbol{W = G \times h}$$

Isto é, o trabalho de elevação vertical calcula-se multiplicando o peso do corpo pela altura a que foi elevado.

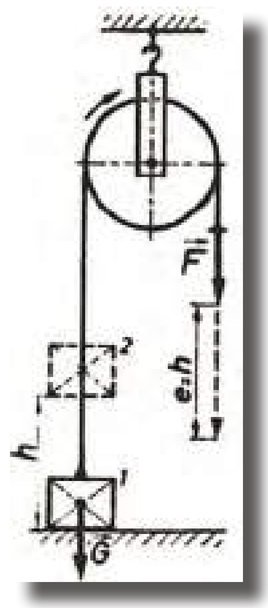


Figura 8 - Trabalho de elevação vertical.

Elevação Inclinada

Já sabemos que para mais fácil elevação de um corpo podemos recorrer aos planos inclinados. Na figura 9 está representado um plano inclinado, AB, que nos vai servir para estudar a maneira de calcular o trabalho realizado quando a elevação não se faz na vertical. Como a componente normal N é equilibrada pela reação do plano, teremos que vencer apenas a componente paralela F para obrigar o corpo a subir o plano, desprezando os atritos.

Assim, para elevar o corpo desde A até B, teremos de realizar um trabalho que se calcula multiplicando o comprimento do plano (l) pela intensidade da força E. igual à de F, ou seja,

$$W = F \times l$$

Como

$$F = G \times sen\ \alpha$$

teremos

$$\boldsymbol{W = G \times l \times sen\ \alpha}$$

Esta expressão permite-nos calcular o trabalho de elevação de um corpo com o peso G ao longo de um plano inclinado com o comprimento / e a inclinação a.

Se prestarmos novamente atenção à figura 9, concluiremos que h = l x sen α. Por substituição no expressão anterior que nos dá o trabalho, obteríamos :

$$\boldsymbol{W = G \times h}$$

o que nos vem mostrar, supondo desprezáveis os atritos, que o trabalho gasto a obrigar o corpo a subir o plano inclinado é igual ao trabalho realizado na sua elevação vertical.

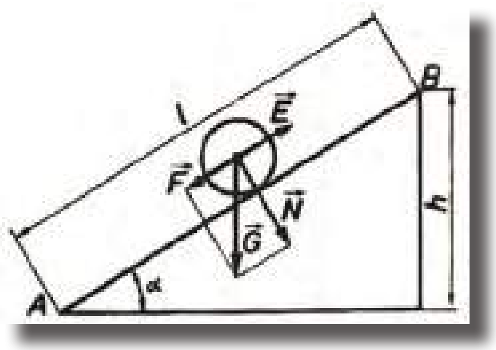


Figura 9 - Plano inclinado.

POTÊNCIA

Para se caracterizar um motor não basta saber o trabalho que ele pode produzir mas sim o trabalho que ele transmite, em funcionamento normal, à máquina a que está ligado em cada unidade de tempo.

Daqui resulta a necessidade de se conhecer uma nova grandeza, chamada potência (símbolo P), que nos relaciona o trabalho com o tempo gasto na sua execução.

A potência calcula-se dividindo o trabalho pelo tempo que demorou a sua realização:

$$P = W / t$$

em que

W - J

t - s

P - J/s ou W

Se na expressão anterior exprimirmos o trabalho em joules (J) e o tempo em segundos (s) a potência virá em joules por segundo (J/s).

Ao joule por segundo dá-se o nome de watt (W) e define-se como sendo a potência de um motor que realiza o trabalho de 1 joule em cada segundo (Figura 10).

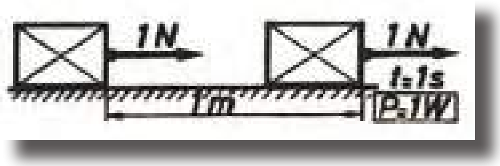


Figura 10 - Definição de watt (w).

Na prática, para caracterizar um motor, usa-se um múltiplo do watt, chamado quilowatt (kW), mil vezes maior,

$$1\ kW = 1.000\ W$$

Muitos motores trazem ainda indicada, na sua chapa de características, a potência nominal (potência máxima que o motor pode fornecer em funcionamento normal) expressa em cavalos-vapor (cv) cuja equivalência em watts é a seguinte:

$$1\ cv = 735\ W$$

Podíamos relacionar o kW com o cavalo vapor e obteríamos:

$$1\ kW = 1{,}36\ cv$$

Das unidades de potência kW e cv podem derivar-se as unidades de trabalho kWh e cvh que correspondem ao trabalho efetuado por um motor com a potência de 1 kW ou de 1 cv durante uma hora. É fácil fazer a sua conversão em joules.

Potência em Movimento Retilíneo Uniforme

Como neste tipo de movimento a velocidade (v) é constante, podemos calcular a potência entrando com o seu valor. A expressão da potência, e neste caso, é de fácil dedução atendendo a que

$$v = e / t$$

e

$$W = F \times e$$

Assim, teremos :

$$P = w / t = F \times e / t$$

ou seja,

$$P = F \times v$$

em que

F - N

v - m/s

P - W

Potência em Movimento Circular Uniforme

Suponhamos agora que o movimento é circular uniforme sendo a linha de ação da força sempre tangente à trajetória descrita pelo seu ponto de aplicação (Figura 11).

O trabalho realizado ao fim de 1 volta, corresponde a um deslocamento igual ao perímetro da circunferência (e = 2π x r) e será : W1 = F x 2π x r.

Ao fim de n rotações teremos

$$W = F \times 2\pi \times r \times n$$

Se n for o número de rotações por minuto a potência calcula-se dividindo o trabalho pelo tempo que é 1 min = 60 s, donde virá :

$$P = W / t = F \times 2 \times \pi \times r \times n / 60 = F \times r \times (2\pi \times n) / 60$$

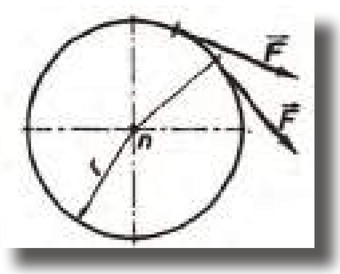


Figura 11 - Potência em movimento circular uniforme.

0 produto F x r dá-nos o valor do momento (M) da força tangente em relação ao ponto O. Chama-se momento motor. Por outro lado $(2\pi \times n) / 60 = \omega$ é a velocidade angular em rad/s. Deste modo a expressão da potência podo escrever-se da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{P = M \times} \omega$$

em que

M - m.N

ω - rad/s

P - W

que nos permitirá calcular a potência conhecendo o momento motor (M) e a velocidade angular (ω).

ENERGIA

Diz-se que um corpo possui energia quando pode fornecer trabalho.
A energia pode apresentar-se sob diversas formas: mecânica, química, elétrica, calorífica, nuclear, etc.

O aproveitamento das fontes de energia tem constituído uma preocupação e necessidade do homem. Um dos índices que serve para avaliar o grau de desenvolvimento de um país é a energia consumida por ano e por habitante.

Assim, o homem tem procurado criar máquinas que lhe permitam transformar a energia sob certa forma noutra mais fácil de utilizar ou mais de acordo com a finalidade a atingir. Como exemplos desse esforço podemos citar a pilha elétrica, que transforma energia química em energia elétrica ou o o motor elétrico, em que há transformação de energia elétrica em mecânica.

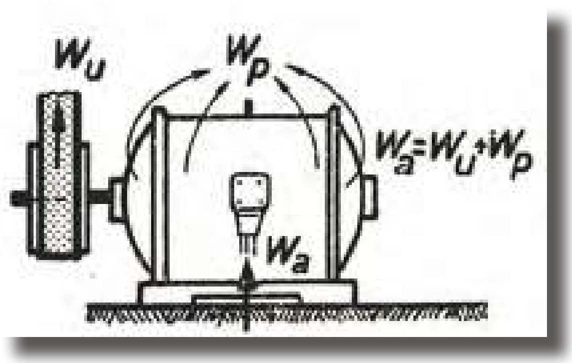


Figura 12 - Transformação de energia elétrica em mecânica com energia perdida sob a forma de calor.

Rendimento

À energia elétrica consumida pelo motor dá-se o nome de energia absorvida (Wa). Parte desta energia é transformada e depois fornecida pelo motor sob a forma de energia mecânica, isto é, sob a forma desejada e chama-se energia útil (Wu).
A restante perde-se sob a forma de calor devido a atritos, efeito de Joule, etc., sendo designada por energia perdida (Wp).

O que foi dito para o motor aplica-se a qualquer outra máquina e para todas elas será atendendo ao princípio da conservação da energia:

$$Wa = Wu + Wp$$

Chama-se rendimento de uma máquina à relação existente entre a energia útil que ela nos fornece e a energia por ela absorvida. Para símbolo da grandeza rendimento emprega-se a letra grega minúscula η (eta) e teremos:

$$\eta = Wu / Wa$$

O rendimento é um número abstrato e como a energia útil é menor que a absorvida o seu valor é sempre inferior à unidade ($\eta < 1$). Costuma exprimir-se em percentagem. Por exemplo: um rendimento de 0,75 é um rendimento de 75%.

Se tivéssemos considerado as energias absorvida, útil e perdida durante 1 segundo, isto é, as potências correspondentes, obteríamos:

$$\boldsymbol{Pa = Pu + Pp}$$

$$\eta = Pu / Pa$$

No caso de haver duas máquinas acopladas (Figura 13), o rendimento do conjunto é igual ao produto dos rendimentos de cada uma delas:

$$\eta_t = \eta_1 + \eta_2$$

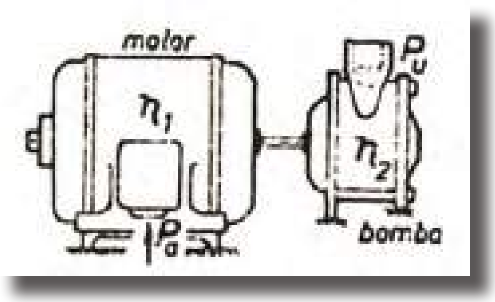


Figura 13 - Rendimento do conjunto.

Energia Mecânica

A energia mecânica pode aparecer-nos sob a forma de energia potencial e de energia cinética, cujo estudo faremos a seguir.

Energia Potencial

Diz-se que um corpo tem energia potencial se devido à sua posição é capaz de realizar trabalho. Um camião no cimo de uma rampa ou a corda de um relógio são exemplos de corpos com energia potencial.

A energia potencial mede-se pela quantidade de trabalho gasta em pôr o corpo na posição em que se encontra. Assim, a energia potencial é igual ao trabalho gasto na elevação do corpo (Figura 14), donde:

$$Ep = G \times h$$

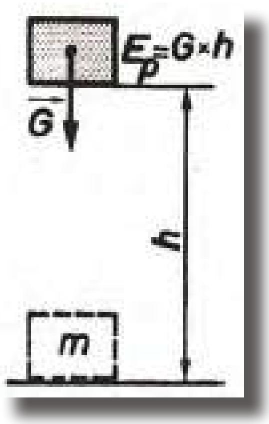


Figura 14 - Um corpo tem energia potencial devido à sua posição.

Energia Cinética

Diz-se que um corpo tem energia cinética quando devido ao seu movimento é capaz de realizar trabalho.

A energia cinética tem o mesmo valor que o trabalho necessário para levar o corpo à velocidade com que se encontra.

Como já sabemos, aplicando a um corpo uma força constante ele entra em movimento uniformemente acelerado (Figura 15).

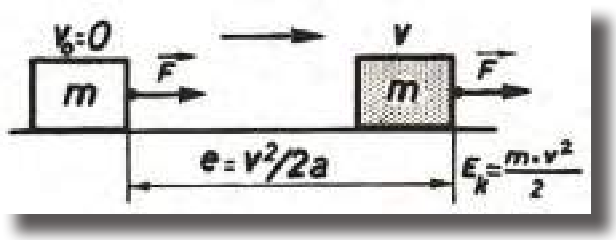


Figura 15 - Um corpo possui energia cinética devido ao seu movimento.

Para esse movimento teremos:

$$F = m \times a$$

$$e = v^2 / 2a$$

pois

$$v^2 = 2 \times a \times e$$

Se quisermos calcular o trabalho realizado, será:

$$W = F \times e = (m \times a) \times (v^2 / 2^a) = (m \times v^2) / 2$$

Como a energia cinética é igual a esse trabalho será:

$$E_k = \frac{m \times v^2}{2}$$

em que

m - kg

v - m/s

Ek - J

Esta expressão permite-nos calcular a energia cinética de que está animado um corpo de massa m quando se desloca em movimento de translação com a velocidade v.

FORÇAS CENTRÍPETA E CENTRÍFUGA

Suponhamos o caso de uma pequena esfera presa na extremidade de um fio à qual se imprimiu um movimento circular uniforme, figura 16 a). Para se conseguir manter a esfera com esse movimento é necessário exercer no fio uma certa força. Largando o fio a esfera passará a deslocar-se com movimento retilíneo cuja trajetória é tangente à circunferência no ponto em que é largado.

Mantendo-se porém o movimento circular temos que considerar na esfera duas forças: a força centrípeta, dirigida para o centro, que a obriga ao movimento circular, e a força centrífuga, equilibrante da força centrípeta, e que é uma força de reação.

Cálculo da força centrípeta — Considerando agora a figura 16 b), marquemos para as posições 7 e 2 os vetores que representam as velocidades.

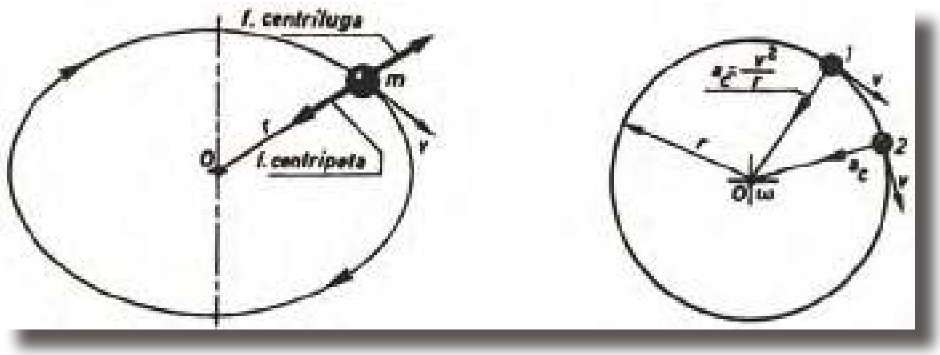


Figura 16 - a) Movimento circular uniforme; forças centrípeta e centrífuga;
b) Variação da velocidade; aceleração centrípeta.

Esses vetores têm uma direção tangente à trajetória e um sentido correspondente ao sentido de rotação dependendo a sua grandeza apenas do raio e da velocidade angular. Como vemos, ao passar de 1 para 2 a velocidade varia de direção apenas se mantendo constante a sua grandeza. Essa variação de velocidade dá origem a uma aceleração constante, desde que a velocidade angular não varie, que é dirigida para o centro e se chama aceleração centrípeta (a_c) cuja grandeza é v^2 / r

Esta aceleração corresponde à força que é necessário exercer no fio, força centrípeta. Sendo m a massa da esfera, a grandeza da força centrípeta (F) será:

$$F_c = \frac{m \times v^2}{r}$$

em que

m - kg

v - m/s

r - m

F_c - N

Por esta expressão se vê que a força centrífuga é diretamente proporcional à massa e ao quadrado da velocidade e inversamente proporcional ao raio.

Se desejássemos exprimir o valor da força centrífuga em função da velocidade angular (ω) bastava recordar que $v = \omega \times r$. Substituindo na expressão anterior o valor de v obtínhamos: $F_c = m \times \omega^2 \times r$.

ACELERAÇÃO ANGULAR

Do mesmo modo que considerámos uma aceleração linear (a) para os movimentos de translação dos corpos que partindo do repouso atingem a velocidade (v) ao fim do tempo (t) $v = a \times t$, também para os corpos animados de movimento de rotação podemos calcular uma aceleração angular (α) desde que haja um aumento constante da velocidade angular (ω). Assim, para esses dois movimentos, teríamos

$$A = v / t$$

e

$$\alpha = \omega / t$$

em que

ω - rad/s

t - s

α - rad/s^2

Podemos relacionar a aceleração linear (a) com a aceleração angular (α) pois sendo $v = a \times t$ e $\omega = \alpha \times t$, teríamos a partir de $v = \omega \times r$:

$a \times t = (\alpha \times t) \times r$ ou simplificando:

$$\mathbf{a} = \alpha \times r$$

Esta expressão mostra-nos que a aceleração linear é igual à aceleração angular vezes o raio.

MOMENTO DE INÉRCIA

Na figura 16 b) considerámos que a esfera se encontrava com movimento uniforme deslocando-se à velocidade v. Para ela atingir essa velocidade, partindo do repouso, foi necessário aplicar-lhe uma força que, sendo a sua grandeza constante, lhe imprimiria uma aceleração também constante. O valor da força depende da massa da esfera e calcula-se como já sabemos: $F = m \times a$. Multiplicando ambos os termos desta expressão pelo raio da trajetória (r) obteríamos:

$$F \times r = m \times a \times r$$

Como F x r nos dá o momento motor ou rotor (M) e $a = \alpha \times r$, resultaria por substituição :

$$M = m \times (\alpha \times r) \times r = m \times r^2 \times \alpha$$

Ao produto da massa pelo quadrado do raio dá-se o nome de momento de inércia (I) e, deste modo, será:

$$\boldsymbol{M = I \times} \alpha$$

em que

I - $kg.m^2$

α - rad/s^2

M - m.N

Esta expressão permite-nos calcular o momento motor ou rotor necessário para imprimir a um corpo com o momento de inércia (I) a aceleração angular α.

Como vemos para se fazer o estudo dinâmico dum corpo animado de movimento de rotação é necessário saber calcular o seu momento de inércia em relação ao eixo de rotação. Já vimos que para a esfera da figura 16 ele é igual ao produto da massa pelo quadrado do raio da trajetória descrita pelo seu centro de gravidade. Vejamos mais alguns exemplos:

- Anel: $I = m \times r^2$, sendo r a distância do eixo de rotação ao centro de gravidade da secção do anel;
- Disco: $I = 1/2 \times m \times r^2$, sendo r o raio do disco;
- Esfera: $I = 2/5 \times m \times r^2$, em que r é o raio da esfera;
- Cone: $I = 3/10 \times m \times r^2$, supondo-se que o cone é de revolução e tem movimento de rotação em torno do seu eixo; r é o raio da base.

ENERGIA CINÉTICA

Se desejássemos calcular a energia cinética de que estava animada a esfera da figura 16 b), seria:

$$Ek = (m^2 \times v^2) / 2$$

Como

$$v = \omega \times r$$

esta expressão podia escrever-se:

$$E_k = \frac{m \times (\omega \times r)^2}{2} = \frac{m \times \omega^2 \times r^2}{2}$$

ou seja,

$$E_k = \frac{I \times \omega^2}{2}$$

em que

I - $kg.m^2$

ω - rad/s

Ek - J

Esta expressão permite-nos calcular a energia cinética de um corpo, conhecido o seu momento de inércia, com velocidade angular constante.

EXERCÍCIOS TEÓRICOS

EXERCÍCIO 1. Calcular a força necessária para deslocar com movimento uniforme um bloco de aço com 200 N de peso sobre uma superfície polida do mesmo material.

EXERCÍCIO 2. Qual é o peso de uma roda metálica com 0,8 m de diâmetro que rola sobre um pavimento de cimento sabendo que a força de tração é de 10 N e se podem desprezar os atritos sobre o eixo.

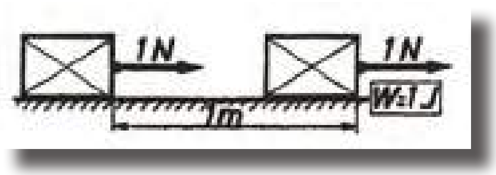
EXERCÍCIO 3. A um corpo em repouso, com a massa de 4 kg, foi aplicada uma força que lhe comunicou um movimento uniformemente acelerado, atingindo a velocidade de 20 m/s ao fim de 8 s. Calcular:

a. O valor da aceleração;
b. A intensidade da força.

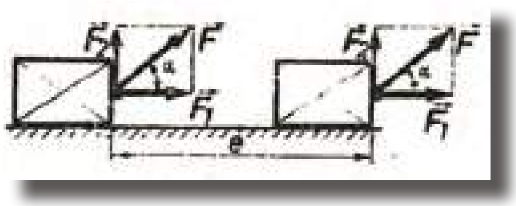
EXERCÍCIO 4. Um automóvel com 600 kg de massa arranca com movimento uniformemente acelerado e atinge a velocidade de 72 m/s ao fim de 6 segundos. Determinar:

a. O valor da aceleração;
b. O caminho percorrido ao fim de 6 segundos;
c. A velocidade angu/ar das rodas, em rot/min, sabendo que o seu diâmetro é 400 mm;
d. A força constante a desenvolver durante o arranque para lhe imprimir essa aceleração, supondo a estrada horizontal;
e. A aceleração a que ficava sujeito o automóvel se fosse deixado destravado e livremente descesse uma rampa com 15° de inclinação.

EXERCÍCIO 5. Calcular o trabalho realizado pela força F na figura, supondo que o deslocamento foi de 2,4 m e a intensidade da força era 50 N.



EXERCÍCIO 6. Considere a figura seguinte. Se tivermos F = 80 N e α = 30°, calcular o trabalho realizado para um deslocamento de 2,5 m e a intensidade das componentes.



EXERCÍCIO 7. Para elevação de um corpo com o peso de 2.400 N foi utilizado um plano com 4 metros de comprimento cuja inclinação é 30°, da figura. Determinar:

a. O trabalho realizado quando a elevação é feita ao longo do plano, desprezando os atritos;
b. A altura do plano;
c. O trabalho a realizar na elevação vertical.

EXERCÍCIO 8. Um corpo com o peso de 3.000 N foi elevado à altura de 8 metros, demorando a elevação 20 s. Calcular:

a. O trabalho realizado;
b. A potência utilizada em kW e cv.

EXERCÍCIO 9. Por aplicação de uma força constante de 3.000 N um corpo desloca-se em movimento retilíneo uniforme percorrendo a distância de 8 m ao fim de 20 s. Determinar:

a. A velocidade;
b. A potência.

EXERCÍCIO 10. Calcular a potência transmitida por uma manivela com 0,20 m de raio e que dá 30 rot/min supondo que a força nela exercida, sempre tangente à trajetória, tem 120 N de intensidade.

EXERCÍCIO 11. Para a transmissão representada na figura seguinte, calcular:

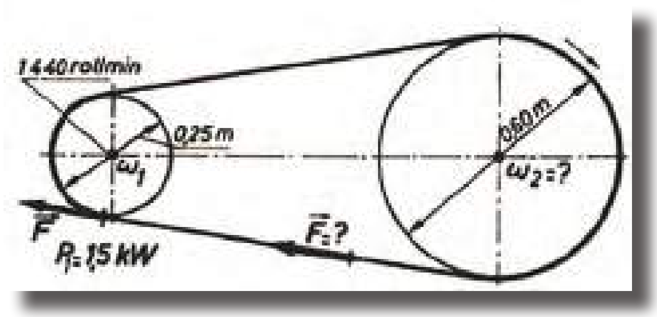
a. A velocidade angular do veio mandante em rad/s sabendo que dá 1.440 rot/min;
b. O momento motor nesse veio;

c. A força útil transmitida pela correia supondo que não há escorregamento;

d. A velocidade angular do veio mandado;

e. O momento motor neste veio;

f. A potência que lhe é transmitida.



EXERCÍCIO 12. Um motor com a potência de 3 cv tem montado na ponta do veio um tambor com 140 mm de diâmetro que dá 3.000 rot/min. Determine:

a. A velocidade angular em rad/s;

b. A velocidade periférica do tambor;

c. A potência em watts;

d. O momento motor;

e. A força tangencial do tambor na periferia.

EXERCÍCIO 13. Um motor elétrico tem a potência nominal de 2 kW e o rendimento de 80% a essa potência. Calcular:

a. potência absorvida;

b. A energia perdida durante 8 horas de funcionamento em kWh.

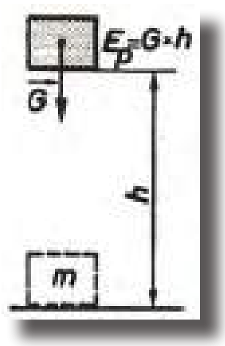
EXERCÍCIO 14. Um motor desenvolvendo uma potência constante absorve da rede a energia de 10 kWh ao fim de 5 horas de funcionamento e está acoplado a uma bomba com 40% de rendimento. Determinar:

a. A potência absorvida;

b. A potência útil no motor em cv sendo o seu rendimento 75%;

c. O rendimento do conjunto e a potência útil na bomba.

EXERCÍCIO 15. Calcular a energia potencial do corpo representado na figura, sabendo que tem 20 kg de massa e está a 5 m de altura.



EXERCÍCIO 16. Calcular a energia cinética com que o corpo do problema anterior atinge o solo.

EXERCÍCIO 17. Calcular as energias potencial e cinética do corpo considerado no problema anterior após 2 metros de queda.

EXERCÍCIO 18. Um grupo electrobomba, com um motor fornecendo a potência de 1,5 cv, eleva a uma altura de 30 metros 4 800 litros de água por hora. Calcular:

a. O trabalho realizado ao fim de uma hora;
b. A potência correspondente;
c. O rendimento da parte hidráulica (bomba e tubagem);
d. A potência absorvida pelo motor, supondo que o seu rendimento é 90%;
e. A energia consumida ao fim de 4 h de funcionamento em kWh;
f. A energia perdida no motor durante este tempo;
g. O rendimento total da instalação.

EXERCÍCIO 19. A um corpo em repouso foi aplicada uma força que lhe comunicou um movimento uniformemente acelerado, atingindo a velocidade de 57,6 km/h ao fim de 20 segundos. Determinar:

a. A velocidade em m/s;
b. A aceleração;
c. O caminho percorrido até atingir essa velocidade;

d. A massa do corpo sabendo que a intensidade da força é 200 N;

e. O trabalho realizado durante esse tempo;

f. A energia cinética quando atinge a velocidade indicada.

EXERCÍCIO 20. Um automóvel com a massa de 800 kg desloca-se a velocidade de 36 km/h numa curva com 160 m de raio. Calcular:

a. A velocidade angular em rad/s;

b. A força centrífuga;

c. As condições de estabilidade sabendo que a distância entre as rodas é 1,20 m e o centro de gravidade está 0,4 m do solo.

EXERCÍCIO 21. Um ciclista entra numa curva com 50 m de raio à velocidade de 28,8 km/h. Sendo o diâmetro das rodas 60 cm e tendo as rodas dentadas pedaleira e da roda, respetivamente, 45 e 18 dentes, determinar:

a. O número de rotações por minuto das rodas;

b. O número de pedaladas por minuto;

c. A força centrífuga sendo a massa total 75 kg;

d. A inclinação, em relação ao solo, a dar a bicicleta.

EXERCÍCIO 22. Um volante constituído por um disco com 100 kg de massa e 7,2 m de diâmetro atinge a velocidade de 300 rot/min ao fim de 5 s, por ação de uma força tangencial constante. Determinar:

a. A velocidade angular em rad/s;

b. A aceleração angular;

c. O momento de inércia;

d. O momento rotor;

e. A intensidade da força.

EXERCÍCIO 22. Calcular a energia cinética do volante do problema anterior quando atinge 300 rot/min.

BIBLIOGRAFIA/OUTROS RECURSOS

Roseira, António Silva Lopes, Elementos de Mecânica Geral, Porto Editora, Lda.